

Cyro Albuquerque Neto

8,7  
(out, sete)

Vinicio Theodoro de Souza

Wong

# **CONTROLE DE TEMPERATURA E UMIDADE EM ESTUFA PARA O CRESCIMENTO DE PLANTAS**

Trabalho apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obter Graduação  
em Engenharia Mecatrônica.

São Paulo

2002

Cyro Albuquerque Neto

Vinicio Theodoro de Souza

# **CONTROLE DE TEMPERATURA E UMIDADE EM ESTUFA PARA O CRESCIMENTO DE PLANTAS**

Trabalho apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obter Graduação  
em Engenharia Mecatrônica.

Orientador: Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury  
Dept. de Engenharia Mecatrônica

São Paulo

2002

**AGRADECIMENTOS:**

**Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury**  
**Prof. Fiorelli**  
**Prof. Cabral**  
**Trop-Clima**

## Sumário

<u>SUMÁRIO</u> .....	4
<u>LISTA DE SÍMBOLOS</u> .....	6
<u>LISTA DE FIGURAS</u> .....	8
<u>RESUMO</u> .....	10
<u>I. INTRODUÇÃO</u> .....	11
<u>I.1 MOTIVAÇÃO</u> .....	11
<u>I.2 OBJETIVOS</u> .....	12
<u>II. MODELO FÍSICO</u> .....	13
<u>II.1 ESTRUTURA E POSICIONAMENTO DA ESTUFA</u> .....	13
<u>II.2 AQUECEDOR</u> .....	15
<u>II.3 EXAUSTOR</u> .....	15
<u>II.4 UMIDIFICADOR</u> .....	16
<u>II.5 SENsoRES</u> .....	17
<u>III. MODELAGEM</u> .....	18
<u>III.1 DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO</u> .....	18
<u>III.2 VARIÁVEIS DE ESTADO</u> .....	18
<u>III.3 BALANÇO DE ENERGIA</u> .....	19
<u>III.4 VELOCIDADE DO AR</u> .....	22
<u>III.5 TROCA NAS PAREDES</u> .....	22
<u>III.6 RADIAÇÃO</u> .....	23
<u>III.7 AQUECIMENTO</u> .....	26
<u>III.8 RESFRIAMENTO</u> .....	29
<u>III.10 RESERVATÓRIO</u> .....	29
<u>IV. ESPAÇO DE ESTADOS</u> .....	31
<u>IV.1 LINEARIZAÇÃO</u> .....	31
<u>IV.2 ESTABILIDADE</u> .....	33
<u>IV.3 CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE</u> .....	34
<u>IV.4 CONCLUSÃO SOBRE O AQUECIMENTO</u> .....	34
<u>IV.5 RESFRIAMENTO</u> .....	35
<u>V. PROJETO DO CONTROLADOR</u> .....	36
<u>VI. SIMULAÇÕES COM O SIMULINK</u> .....	39
<u>VII. SIMULAÇÃO COM O PDE</u> .....	41
<u>VIII – ESTUFA DO TAMANHO REAL</u> .....	45

<u>VIII.1 – MODELO FÍSICO</u> .....	45
<u>VIII.2 – FUNCIONAMENTO</u> .....	47
<u>VIII.3 – DEFINIÇÃO DAS CONSTANTES</u> .....	47
<u>VIII.4 – MODELAGEM</u> .....	50
<u>VIII.5 – ESPAÇO DE ESTADOS: AQUECIMENTO</u> .....	52
<u>VIII.6 – ESPAÇO DE ESTADOS: RESFRIAMENTO</u> .....	53
<u>VIII.7 – CONTROLADOR</u> .....	53
<u>VIII.8 – SIMULAÇÕES NO SIMULINK</u> .....	54
<b><u>IX – UMIDIFICAÇÃO</u></b> .....	<b>64</b>
<u>IX.1 – FUNÇÃO DO UMIDIFICADOR</u> .....	64
<u>IX.2 - CARTA PSICROMÉTRICA</u> .....	65
<u>IX.3 – CASO DE AQUECIMENTO COM UMIDIFICADOR LIGADO</u> .....	66
<u>IX.4 – CASO DE AQUECIMENTO COM UMIDIFICADOR DESLIGADO</u> .....	69
<u>IX.5 - CASO DE RESFRIAMENTO</u> .....	70
<b><u>X. CONCLUSÃO</u></b> .....	<b>74</b>
<b><u>ANEXO A – CÁLCULO DO COEFICIENTE DE PELÍCULA</u></b> .....	<b>75</b>
<b><u>ANEXO B – CÓDIGO UTILIZADO NO MATLAB</u></b> .....	<b>78</b>
<b><u>ANEXO C – MALHAS DO SIMULINK</u></b> .....	<b>81</b>
<b><u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u></b> .....	<b>83</b>

## **Lista de Símbolos**

- $\dot{Q}_{vc}$  - variação na quantidade de calor no volume de controle.
- $\dot{E}_g$  - potência gerada.
- $\dot{E}_e$  - potência que entra no volume de controle.
- $\dot{E}_s$  - potência que sai do volume de controle.
- $m_r$  - massa da água no reservatório.
- $\dot{m}_a$  - fluxo de massa da água no tubo.
- $T_a$  - temperatura do ar no interior da estufa.
- $T_r$  - temperatura da água no reservatório.
- $T_s$  - temperatura de saída da água da estufa.
- $U$  - tensão aplicada a resistência.
- $V$  - quadrado da tensão aplicada na resistência.
- $R$  - resistência.
- $c_{água}$  - calor específico da água.
- $C_a$  - capacidade térmica do ar na estufa.
- $U_t$  - coeficiente global de transferência de calor do tubo.
- $A_t$  - área do tubo.
- $T_\infty$  - temperatura do ar externo.
- $q_{rad}$  - fluxo de calor por radiação.
- $A_p$  - área da parede.
- $c_{par}$  - calor específico do ar.
- $U_p$  - coeficiente global de transferência de calor da parede.
- $\dot{m}_e$  - fluxo de ar.
- $p_{sa}$  - pressão de saturação da água.
- $W$  - umidade absoluta.
- $\phi$  - umidade relativa.
- $t$  - temperatura de bulbo seco.
- $t^*$  - temperatura de bulbo úmido.

- $h_a$  – coeficiente de película do ar interno com a parede.
- $h_\infty$  - coeficiente de película do ar externo com a parede.
- $q_p$  – troca de calor através da parede.
- $I$  – irradiação.
- $\alpha$  - absorvidade.
- $\varepsilon$  - emissividade do material.
- $\tau$  - transmissividade.
- $\sigma$  - constante de Boltzmann.
- $A_r$  – área do teto.
- $A_s$  – área de uma superfície do teto.
- $h_e$  – coeficiente de película do tubo com o ar da estufa.
- $h_i$  – coeficiente de película do tubo com a água.

## **Lista de Figuras**

<u>FIGURA II.1 – ESTUFA .....</u>	13
<u>FIGURA II.2 – POSICIONAMENTO DA ESTUFA .....</u>	14
<u>FIGURA II.3 – DISPOSIÇÃO DOS TUBOS .....</u>	15
<u>FIGURA II.4 – SISTEMA DE EXAUSTÃO .....</u>	16
<u>FIGURA III.1 – INCIDÊNCIA DO SOL .....</u>	23
<u>FIGURA III.2 – RADIAÇÃO A NOITE .....</u>	25
<u>FIGURA III.3 - RESISTÊNCIAS DO TUBO .....</u>	27
<u>FIGURA III.4 – CÁLCULO DO <math>\Delta T_{ml}</math> .....</u>	28
<u>FIGURA III.5 - RESERVATÓRIO .....</u>	30
<u>FIGURA V.1 – MALHA NO SIMULINK .....</u>	38
<u>FIGURA VI.1 - TEMPERATURA DA ESTUFA DURANTE AQUECIMENTO .....</u>	39
<u>FIGURA VI.2 - TEMPERATURAS <math>T_A</math>, <math>T_R</math> E <math>T_S</math> DURANTE AQUECIMENTO .....</u>	40
<u>FIGURA VI.3 - TEMPERATURA DA ESTUFA DURANTE RESFRIAMENTO .....</u>	40
<u>FIGURA VII.1 – MALHA CRIADA PELO PDE .....</u>	42
<u>FIGURA VII.2 – SIMULAÇÃO DE AQUECIMENTO EM 120 s .....</u>	43
<u>FIGURA VII.3 – SIMULAÇÃO DE AQUECIMENTO EM 300 s .....</u>	43
<u>FIGURA VII.4 – GRADIENTES DE TEMPERATURA .....</u>	44
<u>FIGURA VIII.1 – ESTUFA REAL .....</u>	45
<u>FIGURA VIII.2 – DISPOSIÇÃO DOS TUBOS .....</u>	46
<u>FIGURA VIII.3 - CORTINAS .....</u>	47
<u>FIGURA VIII.4 – TEMPERATURA DA ESTUFA 1 .....</u>	55
<u>FIGURA VIII.5 – TEMPERATURAS DA ÁGUA NO TUBO 1 .....</u>	55
<u>FIGURA VIII.6 – TENSÃO NAS RESISTÊNCIAS DA CALDEIRA 1 .....</u>	56
<u>FIGURA VIII.7 – TEMPERATURA DA ESTUFA 2 .....</u>	57
<u>FIGURA VIII.8 – TEMPERATURAS DA ÁGUA NO TUBO 2 .....</u>	57
<u>FIGURA VIII.9 – TENSÃO NAS RESISTÊNCIAS DA CALDEIRA 2 .....</u>	58
<u>FIGURA VIII.10 – TEMPERATURA DA ESTUFA 3 .....</u>	59
<u>FIGURA VIII.11 – TEMPERATURAS DA ÁGUA NO TUBO 3 .....</u>	59
<u>FIGURA VIII.12 – TENSÃO NAS RESISTÊNCIAS DA CALDEIRA 3 .....</u>	60
<u>FIGURA VIII.13 – VARIAÇÃO DA TEMPERATURA EXTERNA .....</u>	61
<u>FIGURA VIII.14 – VARIAÇÃO DA RADIAÇÃO .....</u>	61

<u>FIGURA VIII.15 – TEMPERATURA DA ESTUFA 4.....</u>	62
<u>FIGURA VIII.16 – TEMPERATURAS DA ÁGUA NO TUBO 4 .....</u>	62
<u>FIGURA VIII.17 – TENSÃO NAS RESISTÊNCIAS DA CALDEIRA 2.....</u>	63
<u>FIGURA IX.1 – CARTA PSICROMÉTRICA.....</u>	65
<u>FIGURA IX.2 – GRÁFICO DE UMIDIFICAÇÃO .....</u>	73
<u>FIGURA C.1 – MALHA DO SIMULINK PARA ESTUFA DO TAMANHO REAL .....</u>	81
<u>FIGURA C.2 – MALHA DO SIMULINK COM UMIDIFICAÇÃO.....</u>	82

## Resumo

Esse é um trabalho sobre controle de temperatura e umidade em estufa.

O desenvolvimento de todos os passos do trabalho foi feito para uma estufa cujas dimensões têm uma relação de proporcionalidade de escala com estufas reais, utilizadas na agricultura. No final do trabalho também foram feitas simulações para uma estufa com medidas comerciais.

O resfriamento da estufa foi modelado através de um sistema de exaustão que transfere ar do meio externo para dentro da estufa. O aquecimento da estufa é feito através de uma serpentina na qual circula água quente aquecida por uma resistência colocada dentro do tanque de armazenamento de água (caldeira). Essa resistência será controlada de forma contínua.

Nesse trabalho é considerada a influência da iluminação solar na temperatura da estufa. Estudou-se a contribuição da radiação solar nas trocas de calor. Visando-se facilitar a transmissão de radiação solar para dentro da estufa, foi decidido que a mesma teria teto inclinado. Também são consideradas as trocas de calor que ocorrem devido à diferença de temperatura do ambiente externo.

Foi estipulado um sistema de controle liga-desliga para a umidade. Dessa forma, a umidade na estufa não ultrapassará limites inferiores e superiores definidos pelo usuário.

## I. Introdução

### I.1 Motivação

A utilização de estufas para a agricultura significa maior qualidade da planta e maior velocidade de crescimento. Isto se deve ao fato da criação de um ambiente artificial no interior da estufa, onde as plantas não sofrem influência de fatores externos. As adequações que uma estufa permite criar são referentes a iluminação, temperatura, qualidade do ar (umidade, nível de CO<sub>2</sub>, livre de poluição), irrigação e proteção contra insetos e pragas.

A preocupação deste trabalho é em relação aos parâmetros da estufa relacionados com a climatização, ou seja, a temperatura e a umidade. Cada tipo de planta tem uma faixa de temperatura e umidade mais adequada para o seu crescimento. Para que isto seja obtido é necessário um sistema de controle no interior da estufa, considerando, inclusive, todos os fatores externos que a influencie.

Deste modo foi decidido para este trabalho o projeto de um modelo de estufa, utilizando sistemas de aquecimento, refrigeração e umidificação similares aos já existente nas estufas para fins comerciais mais modernas.

A estufa será coberta por filme de polietileno, material mais comum para cobertura de estufas. O sistema de aquecimento será através de tubos de água quente e o resfriamento por um sistema em que de um lado da estufa há exaustores e do lado oposto espuma, por onde entra o ar. O sistema de umidificação será feito por borrifadores.

## *1.2 Objetivos*

Os objetivos desse trabalho são controlar a temperatura e a umidade de uma estufa de plantas. Pretende-se estabilizar a temperatura selecionada pelo cultivador. A umidade relativa não deve ultrapassar um limite mínimo.

Os parâmetros citados devem ser controlados para se evitar que as culturas da estufa sejam atacadas por pragas ou doenças como também otimizar crescimento e qualidade.

## II. Modelo Físico

### II.1 Estrutura e posicionamento da estufa

A estrutura e as dimensões foram estimadas através de analogias com estufas reais. Foram observadas estufas de tamanho real em cidades como Holambra, e a partir dessas observações determinou-se as dimensões da estufa.

O modelo terá 1m de comprimento, por 50 cm de largura por 32,5 cm de altura, conforme mostra a figura abaixo. Esse modelo terá forma de paralelepípedo, e o teto terá forma triangular conforme pode ser visto na figura.

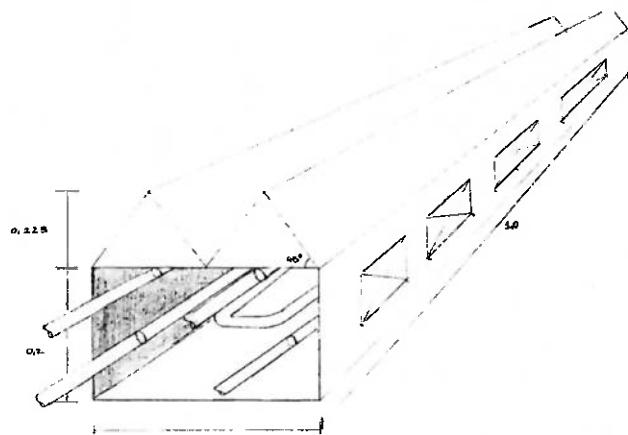
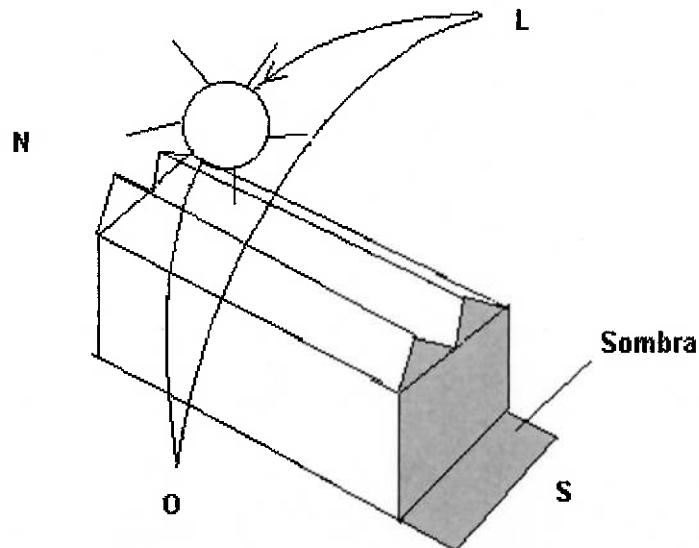


Figura II.1 – Estufa

Estufas reais aproveitam grande parte da energia solar como fonte de aquecimento. Com o objetivo de aproximar o presente trabalho de modelos reais, decidiu-se que a energia proveniente do sol deveria ser aproveitada da melhor forma possível. Visando otimizar o uso dessa energia, foi decidido que a estufa deveria ser alinhada na direção norte-sul.

Após estudos de cartas solares e do percurso solar no hemisfério sul da Terra, observou-se que esse percurso tem orientação leste-oeste, com certa inclinação para o Norte, conforme mostra a figura.



**Figura II.2 – Posicionamento da estufa**

Optou-se por um alinhamento simétrico da estufa em relação à iluminação solar. Dessa forma, a estufa estará alinhada com a direção norte-sul, e portanto receberá a mesma irradiação solar de manhã e à tarde.

O perfil do teto também foi definido em função da radiação. Para que a reflexão dos raios solares seja mínima, optou-se por um perfil com 45° de inclinação. Fazendo-se isso o ângulo de inclinação dos raios solares com as normais da faces será:

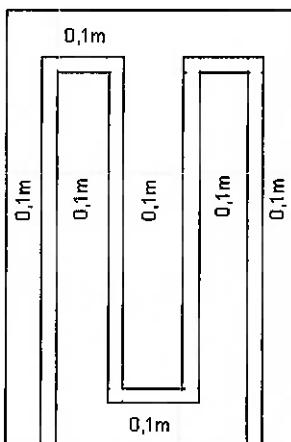
- Menor ou igual a 45° para as faces voltadas para leste das 6 da manhã até o meio-dia.
- Menor ou igual a 45° para as faces voltadas para oeste do meio-dia às seis da tarde.

Escolhendo-se as faces dessa forma a transmissão dos raios para dentro da estufa será otimizada, pois quando menor o ângulo formado entre os raios e as normais maior será a transmissão.

O material escolhido para a construção da estufa é o polietileno. Esse material possui grande transmissão (92%) para ângulos de incidência entre 0° e 45°. Além disso, é o material mais usado em estufas agrícolas.

## ***II.2 Aquecedor***

Para que o aquecimento no interior da estufa seja praticamente uniforme, com pequenas diferenças de temperatura, optou-se por um sistema de aquecimento por tubulações de água quente. Os tubos são distribuídos conforme a figura abaixo:



**Figura II.3 – Disposição dos tubos**

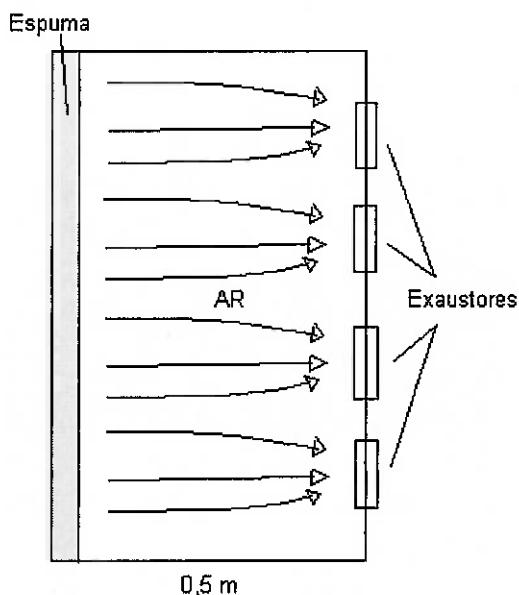
A água é aquecida por uma resistência elétrica dentro de um reservatório na parte exterior da estufa. Esta resistência será o atuador responsável pelo aquecimento. A água que sai deste reservatório passa por uma bomba de fluxo constante, e é, então, inserida na tubulação interna.

## ***II.3 Exaustor***

Para o resfriamento e troca de ar na estufa será utilizado um sistema formado por quatro exaustores igualmente espaçados em uma das paredes da estufa (a de maior comprimento). O lado oposto desta será uma parede composta por uma espuma. Os exaustores (atuadores do sistema) funcionam na forma liga-desliga (ou todos estarão ligados, ou todos desligados).

Quando os exaustores estão desligados, não haverá troca de ar da estufa com o ambiente externo, pois a espuma não permitirá. Quando ligados, haverá uma diferença de pressão entre a parte externa e interna, fazendo com que o ar entre pela espuma.

A utilização de quatro exaustores distribuídos ao longo da parede, com a espuma na parede oposta, permite que o fluxo de ar no interior da estufa seja bem linear, não causando velocidades muito grandes que possam prejudicar as plantas.



**Figura II.4 – Sistema de exaustão**

O ar no interior da estufa não pode ser resfriado para uma temperatura abaixo da temperatura externa por este método.

#### **II.4 Umidificador**

A umidade do ambiente é um importante fator no cultivo de plantas; por isso esse modelo possuirá um sistema de umidificação do ar no seu interior.

Serão colocados dois tubos longitudinais na estufa, posicionados no alto da mesma. Esses tubos possuirão pequenos furos em sua extensão, através dos quais água à temperatura ambiente será borrifada.

A água usada na umidificação estará armazenada num tanque posicionado a uma altura maior que a estufa. Através da abertura de uma válvula solenóide será permitida a passagem da água do tanque para a estufa, e assim a estufa será umidificada até que se atinja o valor de umidade relativa selecionada como limite na estufa.

## ***II.5 Sensores***

Para monitorar e controlar o clima da estufa serão utilizados oito sensores de temperatura, conforme descritos a seguir:

- 4 sensores de bulbo seco distribuídos na parte interna da estufa;
- 1 sensor de bulbo úmido em um ponto de umidade média no interior da estufa;
- 1 sensor de bulbo seco medindo a temperatura do ambiente externo;
- 1 sensor para medir a temperatura da água no reservatório de aquecimento;
- 1 sensor medindo a temperatura da saída da água da estufa.

### **III. Modelagem**

#### ***III.1 Descrição do Funcionamento***

Antes de definir as equações matemáticas que irão representar o modelo da estufa será feita uma descrição de como será seu funcionamento em relação as mudanças de temperatura.

A atuação da estufa pode ser dividida em duas etapas: aquecimento e resfriamento.

Durante o aquecimento os exaustores estarão desligados. Água será bombeada com fluxo constante através da tubulação. Está será aquecida em um reservatório do lado de fora da estufa por uma resistência. A tensão nesta resistência será controlada. As equações relacionarão a variação de três temperaturas no tempo, a da estufa, do reservatório e da água ao sair da estufa.

No resfriamento a bomba será desligada e os exaustores ligados com rotação constante. A estufa será resfriada se a temperatura externa for menor que a interna.

Para estas duas etapas é considerado também a influência de fatores externos devido a radiação e a troca de calor pelas paredes da estufa.

O controle entre a fase de aquecimento e resfriamento será por uma chave liga/desliga. Quando a temperatura interna for maior que 1 °C em relação à temperatura de referência, a ação de resfriamento será ligada e o aquecimento desligado. Caso a temperatura interna ultrapasse o limite inferior de 1 °C da temperatura de referência, o aquecimento será ligado e o resfriamento desligado.

#### ***III.2 Variáveis de Estado***

Nosso sistema a ser controlado terá três variáveis de estado:

- $T_a \rightarrow$  temperatura da estufa [°C];
- $T_r \rightarrow$  temperatura do reservatório [°C];
- $T_s \rightarrow$  temperatura na saída da estufa [°C].

Todas serão medidas por sensores de temperatura. A variável  $T_a$  será também a saída do sistema e a temperatura de referência que deverá ser mantida.

Haverá a entrada:

- $V \rightarrow$  o quadrado da tensão ( $V = U^2$ ) [Volts<sup>2</sup>];

Esta variável será controlada. As duas outras variáveis de entrada são perturbações:

- $T_\infty \rightarrow$  temperatura externa [°C];
- $q_{rad} \rightarrow$  radiação no teto da estufa [W].

Com isto podemos definir os vetores de variáveis de estado  $x$ , de entrada  $u$  e de perturbação  $e$ .

$$x = \begin{bmatrix} T_a \\ T_r \\ T_s \end{bmatrix} \quad u = V \quad e = \begin{bmatrix} T_\infty \\ q_{rad} \end{bmatrix}$$

### III.3 Balanço de energia

Os balanços de energia realizados em nossa modelagem podem ser divididos em três situações: O balanço de energia do reservatório onde a água é aquecida, no tubo e no interior da estufa.

Os termos das equações e os valores das contantes utilizadas estão definidas nos itens seguintes.

Para o balanço foi considerada a seguinte simplificação da conservação de energia em um volume de controle:

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{E}_g + (\dot{E}_e - \dot{E}_s)$$

## Aquecimento:

### - Reservatório

No reservatório o balanço de energia se deve ao equilíbrio entre a quantidade de água que é aquecida no reservatório ( $m_r$ ), a energia gerada pela resistência e o fluxo de água entrando e saindo da estufa.

$$m_r \cdot c_{água} \cdot \frac{\partial Tr}{\partial t} = \frac{V}{R} - \dot{m}_a \cdot c_{água} \cdot (Tr - Ts) \quad (1)$$

onde,

- $m_r$  → massa de água no reservatório: 0,25 kg;
- $c_{água}$  → capacidade térmica da água a pressão constante a 50 °C: 4181 J/kg.K;
- $R$  → resistência: 50 Ω;
- $\dot{m}_a$  → vazão mássica no tubo:  $1,32 \cdot 10^{-3}$  kg/s.

### - Estufa

No aquecimento da estufa há trocas de calor devido a:

- Radiação: Energia de entrada, sendo quatro valores ao longo do ano.
- Parede: Energia de saída, troca através do polietileno.
- Tubo: Energia gerada, vinda do reservatório.

Para as diferenças de temperatura no tubo é considerada uma média logarítmica:

$$\Delta Tml = \frac{Ts - Tr}{\ln\left(\frac{Ts - Ta}{Tr - Ta}\right)}$$

O balanço de energia fica:

$$Ca \cdot \frac{\partial Ta}{\partial t} = U_r \cdot At \cdot \Delta Tml + q_{rad} - U_p \cdot Ap \cdot (Ta - T^\infty) \quad (2)$$

onde,

- $C_a$  → capacidade térmica do ar na estufa a 40 °C: 155,3 J/K;
- $U_t$  → coeficiente global de transferência de calor do tubo com o ar da estufa: 10 W/m<sup>2</sup>.K;
- $A_t$  → área externa do tubo: 0,0738 m<sup>2</sup>;
- $U_p$  → coeficiente global de transferência de calor do ar externo com o interno: 2,5 W/ m<sup>2</sup>.K;
- $A_p$  → área da parede: 1,37 m<sup>2</sup>;

### - *Tubo*

O equacionamento da variação de temperatura no tubo relaciona:

- A variação de calor entre a entrada e saída do tubo.
- A troca de calor do tubo com a estufa.

Resultando em:

$$C_t \cdot \frac{\partial T_s}{\partial t} = \dot{m}_a \cdot c_{água} \cdot (T_r - T_s) - U_t \cdot A_t \cdot \Delta T_{ml} \quad (3)$$

onde,

- $C_t$  → capacidade térmica da água do tubo: 490 J/K.

As outras variáveis estão relacionadas acima.

### **Resfriamento:**

Durante o resfriamento a bomba estará desligada, isto significa que só haverá necessidade de considerar a equação de estado do interior da estufa. Nela será considerada:

- Radiação: Energia de entrada, são quatro valores ao longo do ano.
- Parede: Energia de saída, troca através do polietileno.
- Exaustor: Energia devido o fluxo de ar entrando na estufa.

Resultando:

$$C_a \cdot \frac{\partial T_a}{\partial t} = q_{rad} - U_p \cdot A_p \cdot (T_a - T_{\infty}) - \dot{m}_e \cdot c_{par} \cdot (T_a - T_{\infty})$$

onde,

- $\dot{m}_e$  → vazão mássica dos exaustores:  $2,57 \cdot 10^{-3}$  kg/s;
- $c_{par}$  → capacidade térmica do ar a pressão constante a  $25^\circ\text{C}$ :  $1007 \text{ J/kg.K}$ .

As outras variáveis estão declaradas acima.

### **III.4 Velocidade do ar**

Para que se possa realizar os cálculos relativos às trocas de calor no interior da estufa é necessário a determinação da velocidade do ar no interior da estufa quando os exaustores estão ligados, assim como as vazões volumétricas e mássicas.

A quantidade de troca de ar recomendável em uma estufa para a ventilação forçada é de 1 troca por minuto. Pelas dimensões da estufa a troca é de  $0,131 \text{ m}^3$  por minuto, ou seja,  $2,18 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . Sendo a densidade do ar a  $25^\circ\text{C}$  igual à  $1,1774 \text{ kg/m}^3$  resulta que a vazão mássica através dos exaustores ( $\dot{m}_e$ ) será de  $2,57 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$ .

A velocidade média do ar da espuma até os exaustores será de  $1,09 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ .

### **III.5 Troca nas paredes**

Nas paredes da estufa coberta por polietileno, há trocas de calor entre o ar externo e interno da estufa. Estas trocas se devem tanto a convecção como a condução. Para o equacionamento destas trocas será definido um coeficiente global de transferência de calor  $U_p$ , que é dado por:

$$U_p = \frac{1}{\frac{1}{h_a} + \frac{k_p}{e} + \frac{1}{h_{\infty}}}$$

Como a espessura do filme de polietileno é muito pequena ( $\approx 2\text{mm}$ ), o termo devido a condução pode ser desprezado. Os coeficientes de película  $h_a$  e  $h_{\infty}$  estão calculados no anexo A ( $5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ). Temos então que  $U_p$  é igual à  $2,5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ .

A soma da área de todas as paredes ( $A_p$ ) é igual à  $1,37 \text{ m}^2$ .

Assim, temos que a troca de calor que ocorre nas paredes é:

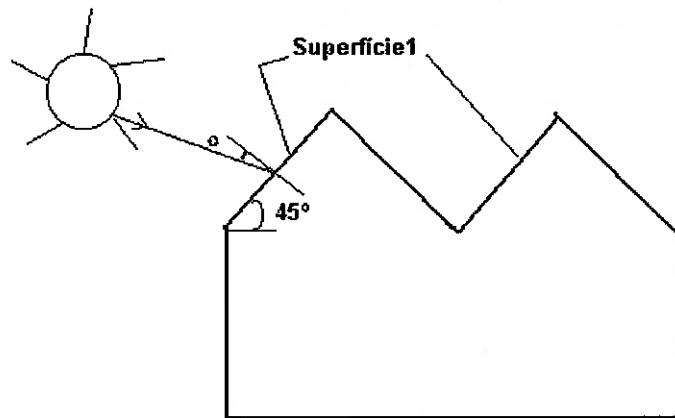
$$q_p = U_p \cdot A_p \cdot (T_a - T_{\infty})$$

### III.6 Radiação

São dois os casos de radiação estudados:

- Cálculo da troca de calor média por radiação durante o dia: Para os cálculos da troca de calor por radiação foram usados valores médios. Determinou-se a intensidade de radiação direta média e a intensidade de radiação difusa média ao longo do dia. Feito isso calculou-se a troca de calor em função da área exposta.
- Cálculo da troca de calor média por radiação durante a noite: Para os cálculos de troca de calor por radiação durante a noite utilizou-se a fórmula de Stefan–Bolzmann de emissão de um corpo, e modelou-se o céu como um corpo negro a  $-10^{\circ}\text{C}$ .

#### *- Cálculo das trocas de calor durante o dia no verão*



**Figura III.1 – Incidência do sol**

A partir de dados de irradiação direta e difusa na cidade de São Paulo no verão (fonte IAG) determinou-se os valores de irradiação direta e difusa para as

superfícies voltadas para leste (superfícies 1) e para as voltadas para oeste (superfície 2).

A radiação direta na superfície 1 ao longo do dia pode ser dada por:

$$I_{\text{Difusa Média}} = 170 \text{ W/m}^2$$

$$7 \text{ da manhã} \Rightarrow I_{\text{Direta}} = 174 \text{ W/m}^2 * \cos 30^\circ = 150 \text{ W/m}^2$$

$$9 \text{ da manhã} \Rightarrow I_{\text{Direta}} = 395 \text{ W/m}^2 * \cos 0^\circ = 395 \text{ W/m}^2$$

$$12 \text{ da manhã} \Rightarrow I_{\text{Direta}} = 545 \text{ W/m}^2 * \cos 45^\circ = 385 \text{ W/m}^2$$

$$14 \text{ da tarde} \Rightarrow I_{\text{Direta}} = 476 \text{ W/m}^2 * \cos 67,5^\circ = 182 \text{ W/m}^2$$

Dessa forma, a irradiação média na superfície 1 pode ser dada pela média das irradiações diretas ao longo do dia e pela média da irradiação difusa ao longo do dia de verão:

$$I_1 = \frac{\sum I_{\text{Direta}}}{4} + I_{\text{DifusaMédia}} \rightarrow I_1 = 448,2 \text{ W/m}^2$$

Como as superfícies 1 e 2 são simétricas em relação ao movimento do sol, tem-se:

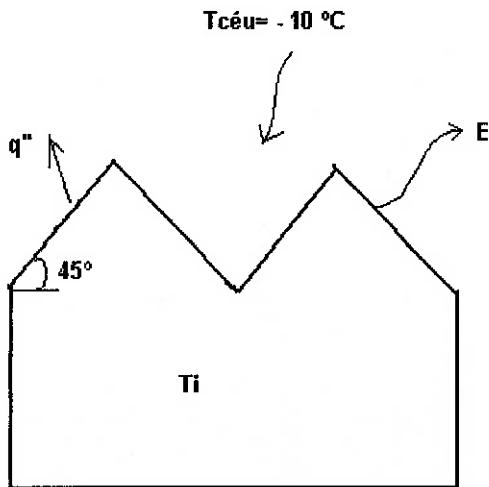
$$I_2 = I_1 = 448,2 \text{ W/m}^2$$

Assim, o cálculo do calor trocado por radiação é:

$$q_{\text{rad},1} = q_{\text{rad},2} = n^{\circ} \text{superfícies} * \text{Área} * I * \tau, \text{ sendo } \tau \text{ a transmissividade do polietileno}$$

$$q_{\text{rad},\text{total}} = 4 * As * 448,2 * 0,92 \Leftrightarrow q_{\text{rad},\text{total}} = (1649,4 * As) \text{ W}$$

**Cálculo das trocas de calor durante a noite no verão:**



**Figura III.2 – Radiação a noite**

$$E_e - E_s = 0 \Leftrightarrow \alpha_{Céu} * G_{Céu} - E - q'' = 0$$

A radiação vinda da atmosfera está num mesmo espectro de radiação emitida pela superfície, logo:

$$\alpha_{Céu} = \varepsilon_{polietileno}, \text{ assim:}$$

$$q'' = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_{Céu}^4 - \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_i^4,$$

Seja:

$$\varepsilon_{polietilene} = 0,9$$

$$T_{Céu} = -10^\circ C = 263K$$

$$T_{inertna} = 27^\circ C = 300K, \text{ temos:}$$

$$q'' = 169,20 \text{ W/m}^2, \text{ ou ainda: } q = (169,20 * Ar) \text{ W}$$

**Cálculo da troca de calor durante o dia no inverno:**

$$I_{Difusa \text{ Média}} = 89,61 \text{ W/m}^2$$

De maneira análoga à que foi feita no verão, para a superfície 1 no inverno:

$$7 \text{ da manhã} \Rightarrow I_{\text{Direta}} = 19 \text{ W/m}^2 * \cos 30^\circ = 16,5 \text{ W/m}^2$$

$$9 \text{ da manhã} \Rightarrow I_{\text{Direta}} = 302 \text{ W/m}^2 * \cos 0^\circ = 302 \text{ W/m}^2$$

$$12 \text{ da manhã} \Rightarrow I_{\text{Direta}} = 511 \text{ W/m}^2 * \cos 45^\circ = 361 \text{ W/m}^2$$

$$14 \text{ da tarde} \Rightarrow I_{\text{Direta}} = 415 \text{ W/m}^2 * \cos 67,5^\circ = 159 \text{ W/m}^2$$

$$I_1 = \frac{\sum I_{\text{Direta}}}{4} + I_{\text{Difusa}} \Leftrightarrow I_1 = 209,6 + 89,6 \Leftrightarrow I_1 = 300 \text{ W/m}^2$$

Como as superfícies 1 e 2 são simétricas em relação ao movimento do sol:

$$I_2 = I_1 = 300 \text{ W/m}^2$$

$$q_{\text{rad},1} = q_{\text{rad},2} = n^0 \text{ superfícies} * \text{Área} * I * \tau$$

$$q_{\text{rad},\text{total}} = 4 * As * 300 * 0,92 \Leftrightarrow q_{\text{rad},\text{total}} = (1104 * As) \text{ W}$$

### Cálculo da troca de calor por radiação durante a noite no inverno

Sendo a temperatura de fundo de escala do céu igual a 10°C tanto no verão quanto no inverno, supondo a temperatura na estufa igual a 27°C tem-se que a troca de calor por radiação será a mesma nas noites de verão e de inverno:

$$q = (169,20 * Ar) \text{ W}$$

### III.7 Aquecimento

Conforme descrito, o aquecimento será feito através de um tubo em serpentina na estufa. Definido o diâmetro do tubo igual a  $\frac{1}{4}$ ", verificou-se que uma velocidade de escoamento da água no tubo adequada para as condições de projeto seria:

$$V = 0,0417 \text{ m/s}$$

Para essa velocidade a vazão mássica será:

$$\dot{m}_a = V \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho_{\text{água}} = 1,32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

A serpentina pode ser modelada como um trocador de calor. Escolhendo-se uma condição crítica para aquecimento, encontraremos o comprimento necessário para a serpentina para que essa condição seja atingida.

Supondo uma condição crítica no inverno em que :

- A temperatura da estufa deva ser aumentada de 25°C para 30°C.
- A temperatura de entrada da água quente no tubo seja 75°C e a temperatura de saída seja 70°C.

Nestas condições, o calor fornecido pela água quente que escoa no tubo será:

$$q = \dot{m}_a \cdot c_{\text{água}} \cdot (T_r - T_s) \Leftrightarrow q = 1,32 \cdot 10^{-3} \cdot 4181 \cdot (75 - 70)$$

$$q = 27,6 \text{ W}$$

*Cálculo do coeficiente global de transferência de calor (U) para o tubo:*

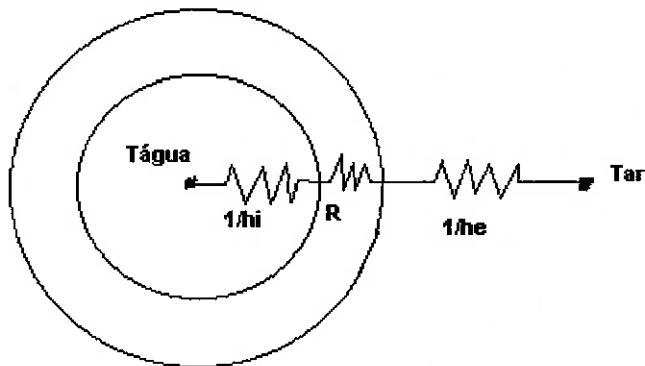


Figura III.3 - Resistências do tubo

Para calcular o coeficiente global de transferência de calor(U<sub>t</sub>), encontrou-se os valores dos coeficientes de película interna(h<sub>i</sub>) e externa(h<sub>e</sub>). Para o tubo metálico de aço com pequena espessura e condutividade térmica muito alta, a resistência à condução pode ser desprezada. Dessa forma o valor de U será dado por:

$$U_t = \frac{1}{(1/h_i) + (1/h_e)}$$

Conforme dado no cálculo dos coeficientes de película no Apêndice A:

$$h_e = 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \text{ e } h_i = 3427 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Então:

$$U_t \approx 10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Para as temperaturas dadas, o cálculo da média logarítmica das temperaturas pode ser feito por:

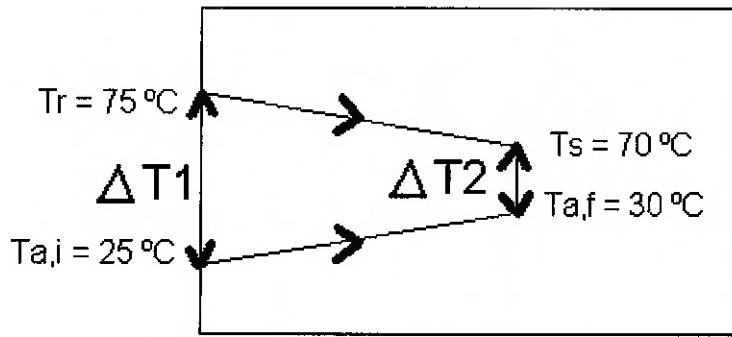


Figura III.4 – Cálculo do  $\Delta T_{ml}$

$$\Delta T_2 = 70^\circ \text{C} - 30^\circ \text{C} = 40^\circ \text{C}$$

$$\Delta T_1 = 75^\circ \text{C} - 25^\circ \text{C} = 50^\circ \text{C}$$

$$\Delta T_{ML} = \left( \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \left( \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right)} \right) = 44,8^\circ \text{C}$$

Tem-se que a área total da serpentina será dada por:

$$At = \pi \cdot D \cdot L = 0,02L$$

Assim, o fluxo de calor na serpentina dado por:

$$q = Ut \cdot At \cdot \Delta T_{ml} \Leftrightarrow L = \frac{q}{0,02 \cdot Ut \cdot \Delta T_{ml}} = 3,1m$$

Entretanto será utilizado o valor para o comprimento da serpentina de 3,7 m, possibilitando troca de calor suficiente permitindo que os tubos fiquem dispostos de forma mais distribuída no interior da estufa.

A área total de transferência de calor no tubo será então  $A_t = 0,0738 \text{ m}^2$ .

Encontrado o valor do comprimento da serpentina, pode-se obter a equação de transferência de calor para a serpentina em função da média logarítmica das temperaturas.

Sendo  $T_a$  a temperatura do ar dentro da estufa, tem-se:

$$\Delta T_1 = Tr - T_a$$

$$\Delta T_2 = Ts - T_a$$

$$\Delta T_{ml} = \frac{(\Delta T_2 - \Delta T_1)}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} = \frac{Ts - Tr}{\ln\left(\frac{Ts - T_a}{Tr - T_a}\right)}$$

A troca de calor que ocorrerá então entre o tubo e o ar da estufa será dada por:

$$q = A_t U_t \Delta T_{ml}$$

### ***III.8 Resfriamento***

Durante o resfriamento deve-se considerar a troca de ar que ocorre durante o funcionamento dos exaustores, relacionando a diferença entre o ar externo e interno. A transferência de energia que ocorre devido a este fluxo pode ser relacionada como:

$$q_e = \dot{m}_e \cdot c_{par} \cdot (T_\infty - T_a)$$

### ***III.10 Reservatório***

No reservatório ocorrerá o aquecimento da água que irá para o interior da estufa por uma resistência de  $50\Omega$ . A tensão nesta resistência será um dos atuadores do sistema. A energia elétrica gerada pode ser dada por:

$$q = \frac{U^2}{R}$$

A figura a seguir mostra uma representação do reservatório:

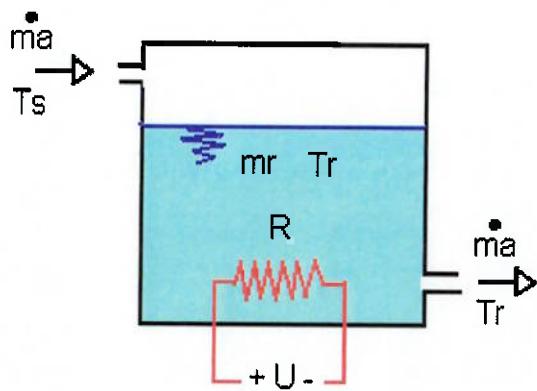


Figura III.5 - Reservatório

O volume do reservatório foi definido para ser quatro vezes maior que o volume de água que está percorrendo pelo tubo. Ou seja, no reservatório haverá aproximadamente 0,25 kg de água.

A potência que está sendo transferida através da água para a estufa pode ser representada por:

$$q = \dot{m}_a \cdot c_{água} \cdot (Tr - Ts)$$

## IV. Espaço de Estados

Nesta parte do relatório será definido as matrizes de estado que representam o sistema da estufa. Os primeiros itens tratam apenas da etapa de aquecimento, pois está é a parte mais complexa devido ao fato de ser um sistema não-linear e ser onde agirá um controlador continuo.

### IV.1 Linearização

Como o sistema durante o aquecimento não é linear, será necessário linearizá-lo, deste modo poderemos determinar as matrizes de estado. O método utilizado será a expansão em série de Taylor em torno de um ponto de equilíbrio. O primeiro passo será a determinação deste ponto.

Temos as equações diferenciais que representam o sistema:

- $Ca \cdot \frac{\partial Ta}{\partial t} = U_t \cdot At \cdot \Delta Tml + qrad - U_p \cdot Ap \cdot (Ta - T^\infty)$
- $m_r \cdot c_{água} \cdot \frac{\partial Tr}{\partial t} = \frac{V}{R} - \dot{m}_a \cdot c_{água} \cdot (Tr - Ts)$
- $Ct \cdot \frac{\partial Ts}{\partial t} = \dot{m}_a \cdot c_{água} \cdot (Tr - Ts) - U_t \cdot At \cdot \Delta Tml$

$$\text{onde } \Delta Tml = \frac{Ts - Tr}{\ln\left(\frac{Ts - Ta}{Tr - Ta}\right)}$$

Considerando que:  $f1 = \dot{Ta}$ ,  $f2 = \dot{Tr}$  e  $f3 = \dot{Ts}$ , temos que para o ponto de equilíbrio:

- $f1 = 0$ ;
- $f2 = 0$ ;
- $f3 = 0$ .

Substituindo os valores numéricos das contantes da equação chegamos ao seguinte sistema:

$$\begin{cases} 1,91 \cdot 10^{-5}V - 0,00528.(Tr - Ts) = 0 \\ 4,75 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta Tml + 6,44 \cdot 10^{-3} \cdot qgrad - 2,2 \cdot 10^{-2} \cdot (Ta - T\infty) = 0 \\ 1,13 \cdot 10^{-2} (Tr - Ts) - 1,51 \cdot 10^{-3} \Delta Tml = 0 \end{cases}$$

Com algumas considerações determinou-se então o ponto de equilibrio do sistema:

$$x^* = \begin{bmatrix} Ta^* \\ Tr^* \\ Ts^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33,1 \\ 73,1 \\ 68,1 \end{bmatrix} \quad u^* = V = 1380 \quad e^* = \begin{bmatrix} T\infty^* \\ qgrad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

O modelo linearizado será representado por:

$$\delta\dot{x}(t) = A\delta x(t) + B\delta u(t) + P\delta e(t)$$

$$\delta y(t) = C\delta x(t) + D\delta u(t)$$

onde,

$$\delta x = x - x^*$$

$$\delta u = u - u^*$$

$$\delta e = e - e^*$$

$$\delta\dot{x} = \dot{x}$$

$$\delta y = y - y^*$$

As matrizes A, B e P serão as derivadas parciais das funções f1, f2 e f3 em relação as variáveis de cada linha no ponto de equilibrio.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f1}{\partial Ta} & \frac{\partial f1}{\partial Tr} & \frac{\partial f1}{\partial Ts} \\ \frac{\partial f2}{\partial Ta} & \frac{\partial f2}{\partial Tr} & \frac{\partial f2}{\partial Ts} \\ \frac{\partial f3}{\partial Ta} & \frac{\partial f3}{\partial Tr} & \frac{\partial f3}{\partial Ts} \end{bmatrix} \Bigg|_{\begin{array}{l} x=x^* \\ u=u^* \\ e=e^* \end{array}} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f1}{\partial V} \\ \frac{\partial f2}{\partial V} \\ \frac{\partial f3}{\partial V} \end{bmatrix} \Bigg|_{\begin{array}{l} x=x^* \\ u=u^* \\ e=e^* \end{array}}$$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{\partial f1}{\partial T_\infty} & \frac{\partial f1}{\partial qgrad} \\ \frac{\partial f2}{\partial T_\infty} & \frac{\partial f2}{\partial qgrad} \\ \frac{\partial f3}{\partial T_\infty} & \frac{\partial f3}{\partial qgrad} \end{bmatrix} \Bigg|_{\begin{array}{l} x=x^* \\ u=u^* \\ e=e^* \end{array}}$$

Derivando e substituindo chega-se a:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0268 & 0,0023 & 0,0025 \\ 0 & -0,0053 & 0,0053 \\ 0,0015 & 0,0106 & -0,0121 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,91 \cdot 10^{-5} \\ 0 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 0,022 & 0,0064 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como a saída  $y$  será a temperatura da estufa  $Ta$ , ela também estará em torno do ponto de equilíbrio  $\dot{T}a$ .

#### IV.2 Estabilidade

Para verificar a estabilidade do modelo linearizado deve-se calcular os autovalores da matriz  $A$ . Os autovalores serão as raízes da equação:

$$|\lambda I - A| = 0, \text{ onde } I \text{ é uma matriz identidade } 3 \times 3.$$

Resolvendo chega-se aos autovalores:

$$\lambda = \begin{bmatrix} -0,027 \\ -0,0167 \\ -0,0004 \end{bmatrix}$$

Como todos os autovalores são negativos conclui-se que o sistema é assintoticamente estável, convergindo para o ponto de equilíbrio.

#### ***IV.3 Controlabilidade e Observabilidade***

Para verificar a controlabilidade do sistema temos que a matriz  $[B \mid AB \mid A^2B]$  deve ter posto igual a três.

Para a observabilidade a matriz  $\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix}$  deve ter posto três.

Como tanto a matriz de controlabilidade como a de observabilidade tem posto igual a três verificamos que o sistema é controlável e observável.

#### ***IV.4 Conclusão sobre o aquecimento***

Como o sistema durante o aquecimento é estável, controlável e observável temos que o modelo linearizado será:

$$\delta \dot{x}(t) = A\delta x(t) + B\delta u(t) + P\delta e(t)$$

$$\delta y(t) = C\delta x(t) + D\delta u(t)$$

Onde as matrizes serão:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0268 & 0,0023 & 0,0025 \\ 0 & -0,0053 & 0,0053 \\ 0,0015 & 0,0106 & -0,0121 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,91 \cdot 10^{-5} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0,022 & 0,0064 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0]$$

$$D = 0$$

#### IV.5 Resfriamento

As equações que representam o resfriamento já são lineares e, como não serão controladas podem ser determinadas mais facilmente. Dada a equação do resfriamento:

$$Ca \cdot \frac{\partial Ta}{\partial t} = q_{rad} - U_p \cdot A_p \cdot (Ta - T^\infty) - \dot{m}_e \cdot c_{par} \cdot (Ta - T^\infty)$$

O sistema será representado por:

$$\dot{x} = Ax + Pe$$

$$y = Cx$$

$$\text{onde } x = Ta \text{ e } e = \begin{bmatrix} T^\infty \\ q_{rad} \end{bmatrix}$$

$$A = -\frac{U_p \cdot A_p + \dot{m}_e \cdot c_{par}}{Ca} = -3,87 \cdot 10^{-2}$$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{U_p \cdot A_p + \dot{m}_e \cdot c_{par}}{Ca} & \frac{1}{Ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,87 \cdot 10^{-2} & 6,44 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

## V. Projeto do Controlador

O projeto em questão é uma estufa de cultivo de plantas, para a qual será desenvolvido um controlador para a temperatura do ar. Para tal foi desenvolvido um modelo matemático a partir das trocas de calor na estufa.

A partir do modelo resultante foram feitas correlações com as técnicas de controle moderno para definir as características da planta. Através dessa análise percebeu-se que a estufa é um sistema com **múltiplas entradas e simples saídas (MISO)**. São acompanhadas três variáveis ao longo do tempo: temperatura do ar dentro da estufa, temperatura de entrada da água de aquecimento na estufa e temperatura de saída da água de aquecimento da estufa. Existe um atraso de aproximadamente 60 segundos entre a temperatura de entrada da água na estufa e a temperatura de saída da água dessa água. Esse atraso era esperado, sabendo-se que a planta em questão envolve um sistema térmico o qual depende da velocidade com que a água percorre a tubulação.

Para projetar a malha de controle foram consideradas as seguintes definições:

- Entradas e Perturbações: Temperatura ambiente, radiação e vazão mássica do exaustor.
- Referência do sistema: Temperatura interna a ser atingida pela estufa
- Variáveis de estado: Temperatura atual dentro da estufa, temperatura de entrada da água usada no aquecimento e temperatura de saída dessa água.

Foi adotada a técnica de Controle Ótimo para o sistema em questão. Essa escolha foi feita tendo em vista diversos fatores. Dentre eles pode-se destacar o fato de que o Controle Ótimo se adapta muito bem para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas, pois é desenvolvido baseado na análise matricial das variáveis de estado, entradas e perturbações.

Sendo um sistema definido a partir das equações matriciais:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + D$$

O objetivo das técnicas de controle ótimo é obter matriz de ganhos K que relate a ação de controle com as variáveis de estado, da seguinte forma:

$$u(t) = -Kx(t)$$

Assim, a equação de estado ficaria:

$$\dot{x} = (A - B.K)x$$

A determinação da matriz de ganhos no Controle Ótimo é feito a partir da minimização do índice de performance:

$$J = (x^T Q x + u^T R u)$$

O projetista define a importância relativa entre as variáveis de controle determinando a matriz de peso dos estados Q e o esforço de controle através da matriz de peso do controle R. Feito isso deve-se resolver a equação de Riccati para encontrar-se a matriz P:

$$A * P + P A - P B R^{-1} B * P + Q = 0$$

Feito isso, determina-se a matriz de ganhos K resolvendo-se a equação:

$$K = R^{-1} B * P$$

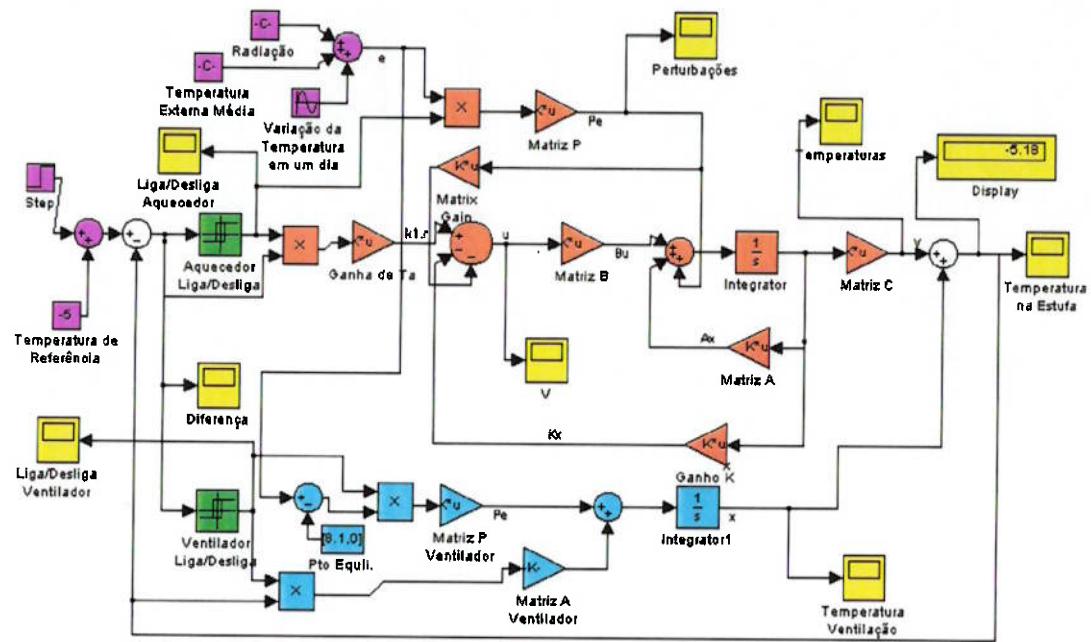
Seguindo-se esses passos obtém-se analiticamente a matriz de ganhos K. No projeto em questão foi usado o software Matlab na determinação da matriz de ganhos K. Definindo-se as matrizes Q e R, utilizou-se o comando *lqr* do Matlab para determinar a matriz de ganhos K.

$$K = lqr(A, B, Q, R)$$

A definição da matriz K foi feita após sucessivas simulações do comportamento do sistema no módulo Simulink do Matlab. Definidas as matrizes Q e R, obtinha-se a matriz de ganhos K e posteriormente simulava-se a resposta do sistema. Esse processo foi repetido diversas vezes até obter-se a matriz de ganhos K adequada para o sistema.

$$K = [34,68 \ 115,5 \ 53,2]$$

Baseado nas equações e nos ganhos definidos para o controlador foi montada a seguinte malha de controle no Simulink.



**Figura V.1 – Malha no Simulink**

## VI. Simulações com o Simulink

Após definido o controlador e montada a malha no Simulink, como pode ser visto no item anterior, foram feitas algumas simulações para verificar o comportamento do sistema durante o aquecimento e resfriamento.

A primeira simulação feita, conforme abaixo observado foi para o aquecimento. Nela foi considerado uma temperatura externa de 25 °C, radiação de 30 W, e temperatura de referência igual a 40 °C.

As temperaturas da estufa estão sempre iniciando no ponto de equilíbrio, ou seja,  $T_a = 33,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_r = 73,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $T_s = 68,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

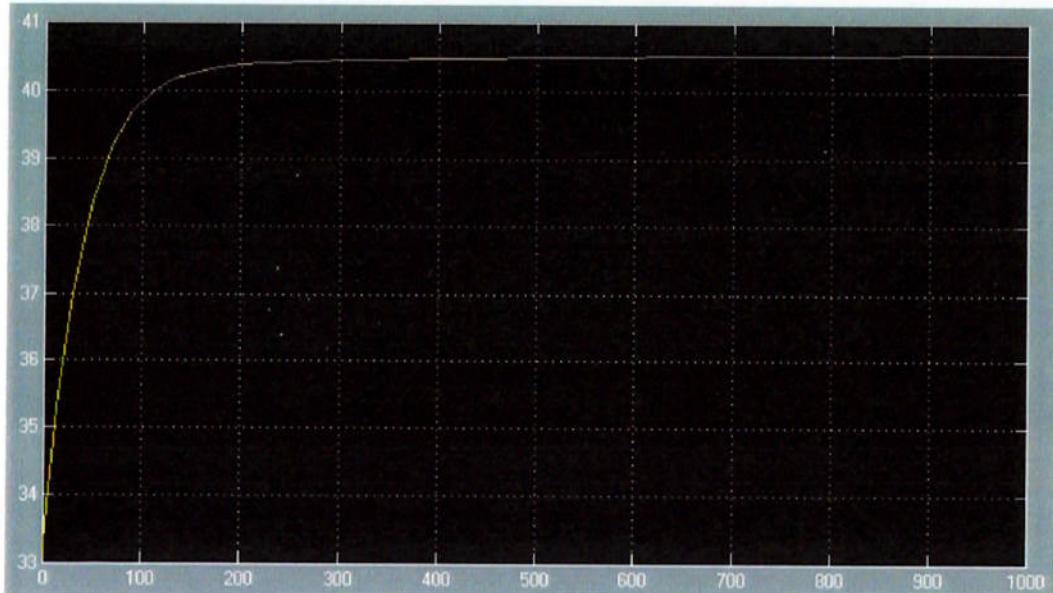
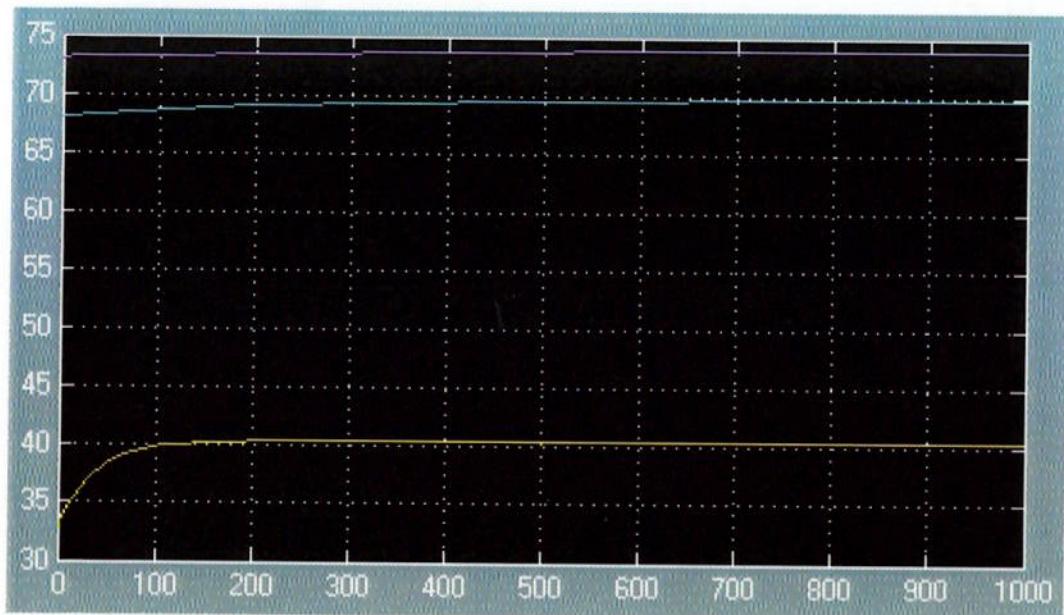


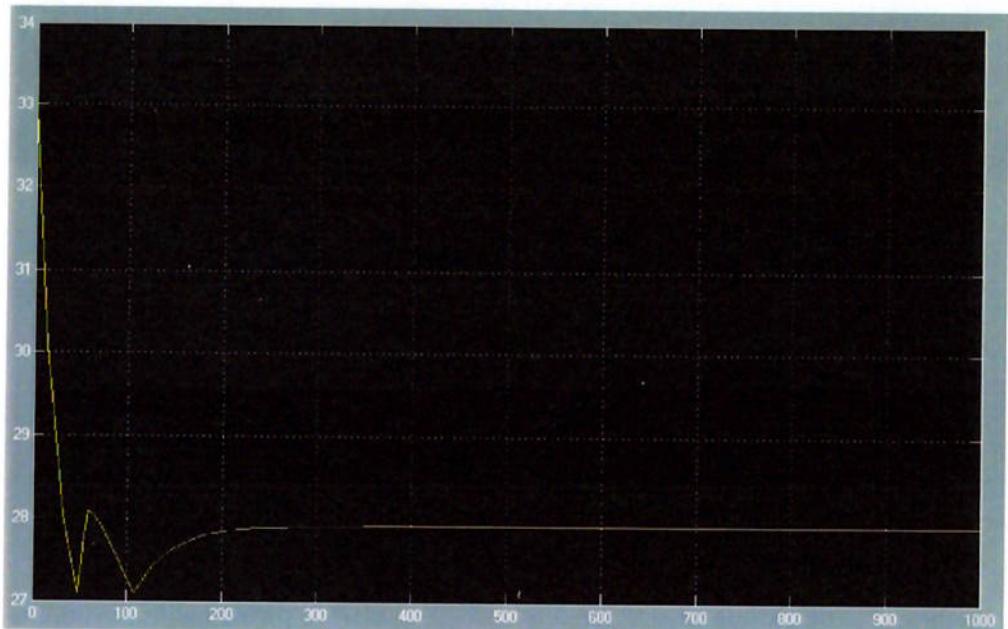
Figura VI.1 - Temperatura da estufa durante aquecimento

Na figura a seguir estão todas as três temperaturas durante o aquecimento. Nelas pode-se observar o atraso de  $T_s$  em relação a  $T_a$ , já que há uma demora até a água sair do tubo.



**Figura VI.2 - Temperaturas Ta, Tr e Ts durante aquecimento**

Para a simulação durante o resfriamento foi considerado a temperatura externa de 21 °C, e a referência como 28 °C.



**Figura VI.3 - Temperatura da estufa durante resfriamento**

## VII. Simulação com o PDE

Para simular como se comporta a distribuição de temperatura no interior da estufa utilizou-se o toolbox PDE (Partial Differential Equation) do software MatLab. Nele foi construído o modelo da estufa representando em duas dimensões a estufa e os tubos distribuídos. Depois de construído o modelo foram determinadas as condições de contorno e as equações de troca de calor do sistema. O programa PDE resolve equações diferenciais pelo método de elementos finitos para a seguinte equação de calor (na forma Parabólica):

$$\rho \cdot C \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla k \cdot \nabla T = Q$$

onde  $\rho$  é a densidade,  $C$  a capacidade térmica e  $k$  a condutividade térmica e  $Q$  é o ganho de calor.

Um problema que fará com que os resultados obtidos pelo PDE não sejam exatamente a realidade é que o PDE não trabalha com movimento de fluidos, somente com a distribuição de convecção. Os fluxos de fluidos somente são representados nos contornos feitos na parte externa da estufa, ou seja, a convecção do ar com as paredes da estufa.

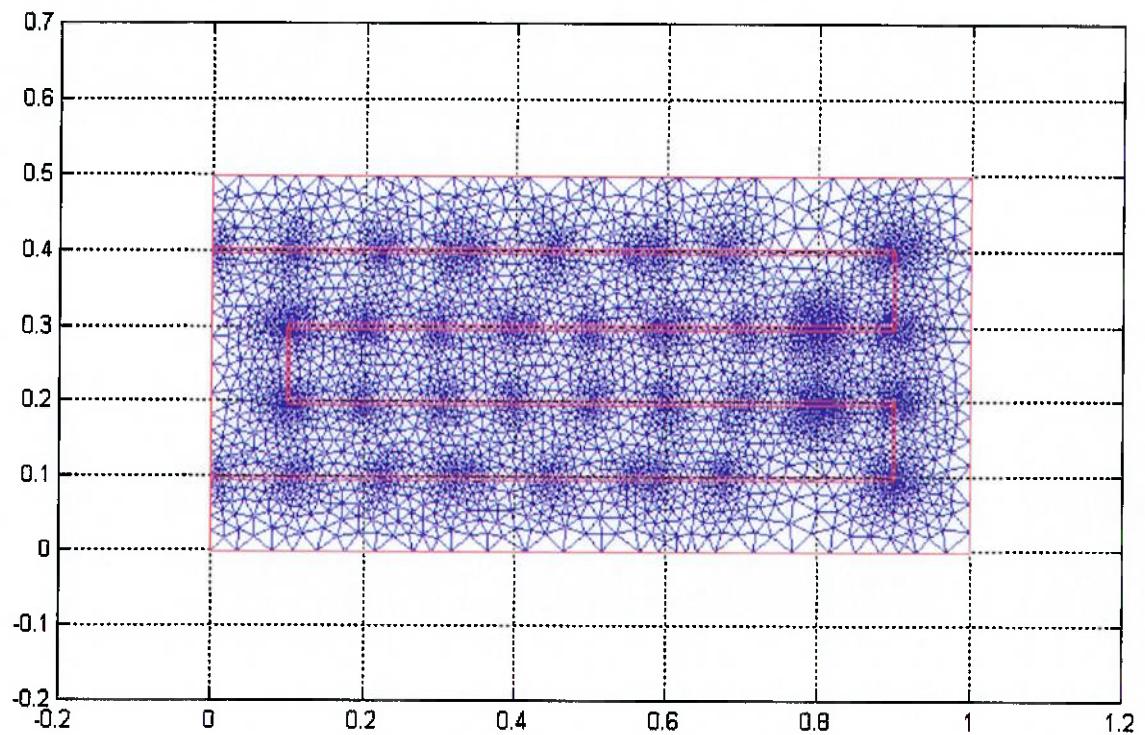
A equação acima será utilizada tanto na estufa como no tubo. Para a estufa serão utilizadas as constantes do ar. Já para o tubo, como não é possível representar o fluxo de água será considerado um ganho de calor distribuído com as temperaturas de equilíbrio da estufa (água entrando a 73 °C e saindo a 68 °C).

O contorno que foi feito relacionando a parede da estufa com o ar externo é dado pela equação:

$$n \cdot k \cdot \nabla T + q \cdot T = g$$

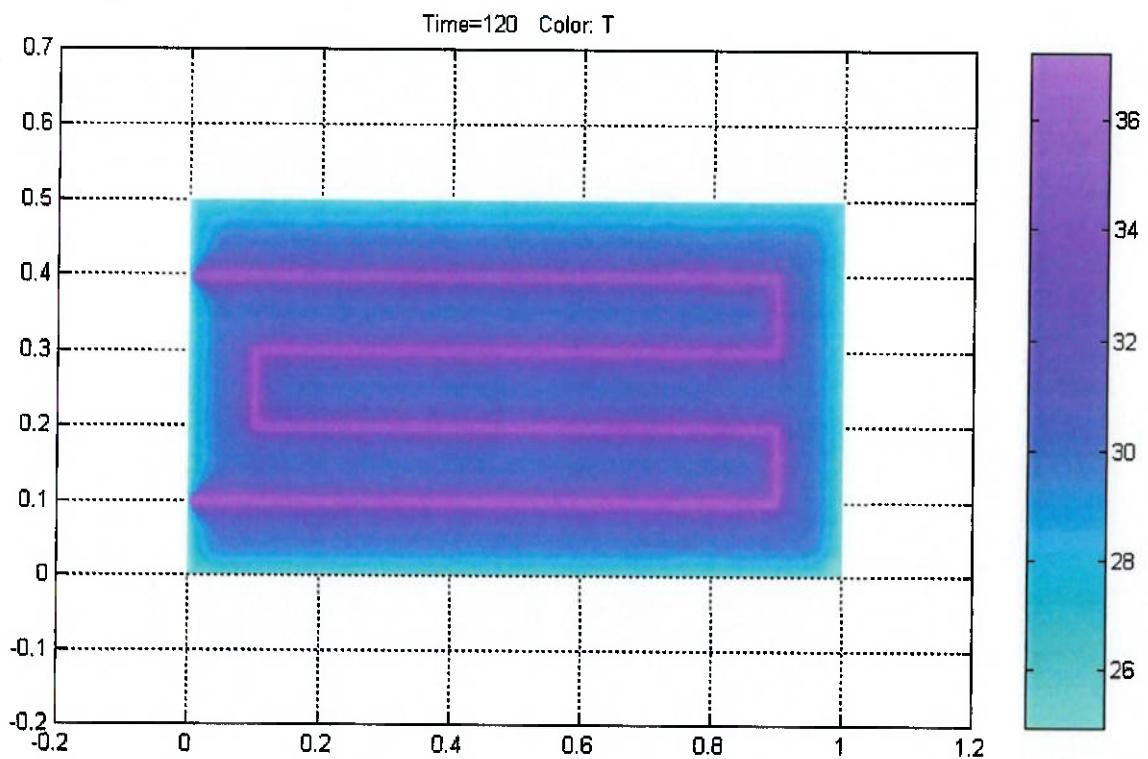
onde  $q$  representa o coeficiente de troca de calor e  $g$  o fluxo de calor. A temperatura externa utilizada para a simulação foi de 25 °C.

A figura a seguir mostra a malha de elementos finitos que foi criada pelo programa.



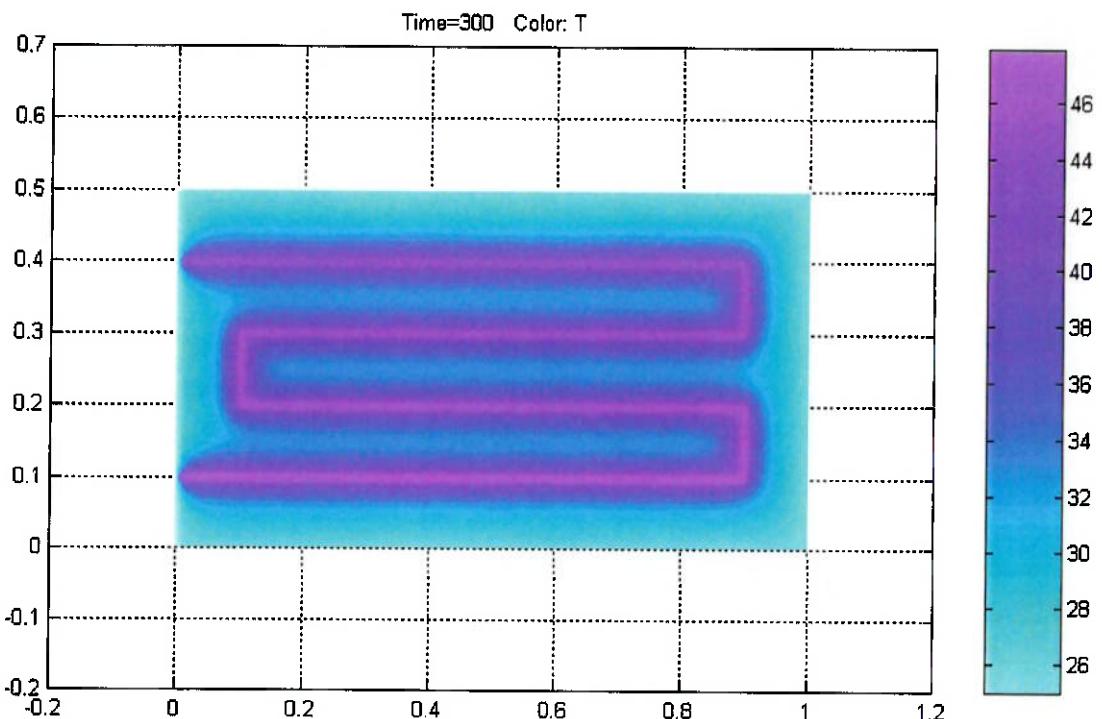
**Figura VII.1 – Malha criada pelo PDE**

A seguir foi feita uma simulação durante 2 minutos de aquecimento com a temperatura inicial da estufa em 30 °C.



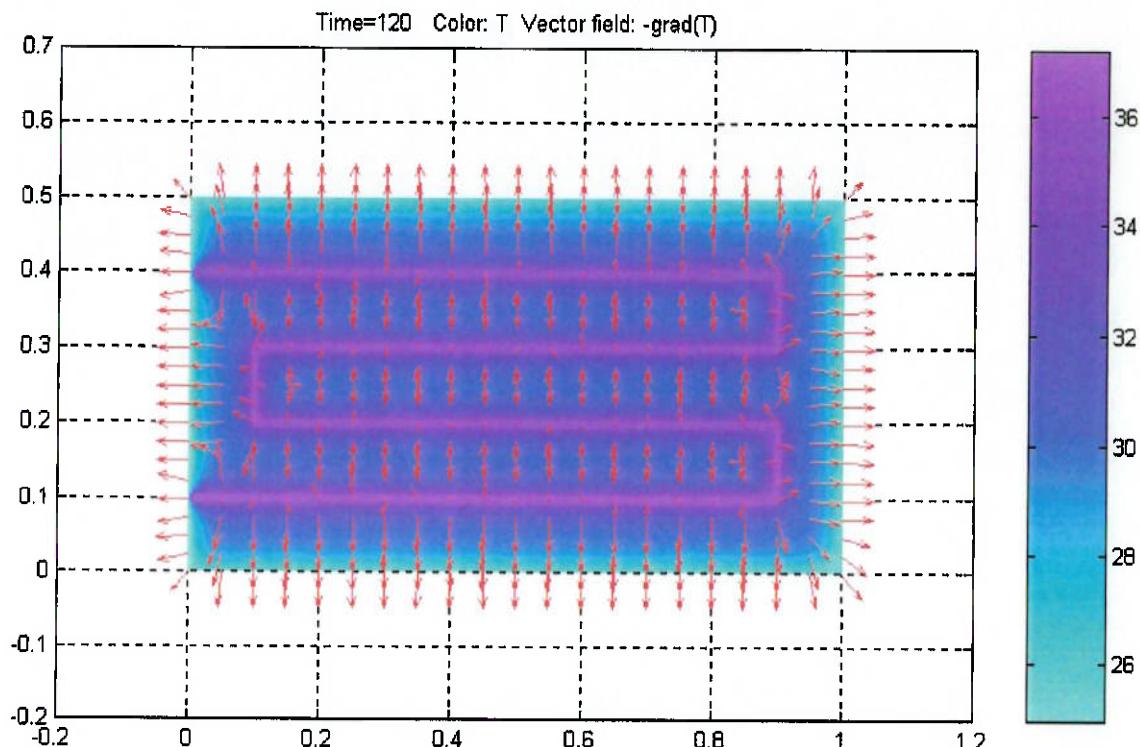
**Figura VII.2 – Simulação de aquecimento em 120 s**

Foi feita também uma simulação após 5 minutos de aquecimento:



**Figura VII.3 – Simulação de aquecimento em 300 s**

Para verificar os gradientes de temperatura da estufa foi feita uma representação em que estes estão indicados pelas setas vermelhas na figura abaixo. Pode-se observar que a temperatura dentro da estufa é bem distribuída. Isso deve-se ao fato de que os tubos encontram-se bem distribuídos na estufa, não causando grandes gradientes.



**Figura VII.4 – Gradientes de temperatura**

## VIII – Estufa do Tamanho Real

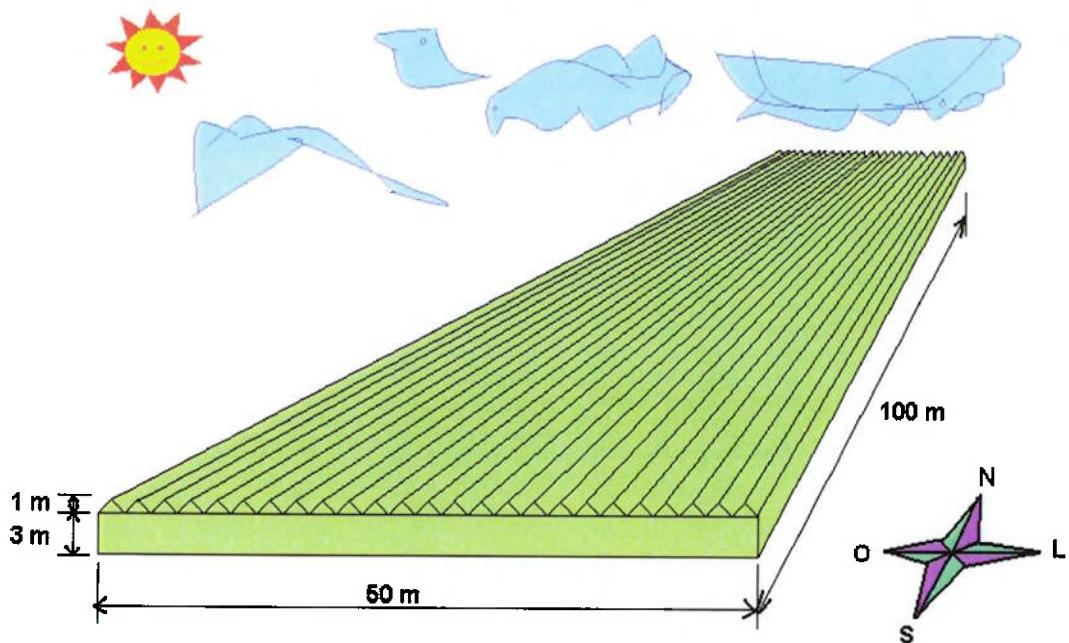
Nesta parte do trabalho será feito um projeto equivalente ao desenvolvido antes, só que para uma estufa com as proporções das estufas utilizadas comercialmente. A estufa terá o mesmo funcionamento da em escala. O projeto será descrito utilizando os mesmos passos do anterior.

### VIII.I – *Modelo Físico*

As dimensões desta estufa foram determinadas através de observações das existentes para uso comercial. Ela terá, como pode ser visto na figura abaixo, 4 metros de altura, 50 metros de largura e 100 metros de comprimento. 25 triângulos de 1 metro de altura formam o teto da estufa, com inclinação de 45°.

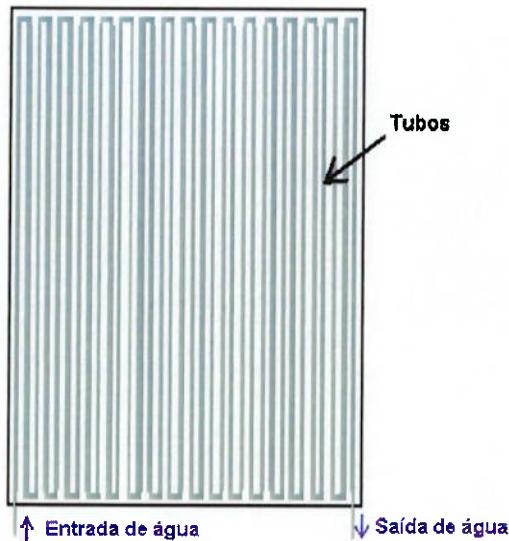
O alinhamento da estufa para melhor aproveitamento da energia solar será Norte-Sul.

O material utilizado para cobrir a estufa é o polietileno.



**Figura VIII.1 – Estufa Real**

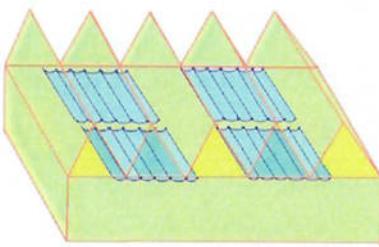
O aquecimento será feito por tubos distribuídos no interior da estufa formando uma serpentina. Nestes tubos passarão água quente. Esta será aquecida por uma caldeira elétrica. A atuação do controle durante o aquecimento será na tensão aplicada nas resistências desta caldeira. A figura abaixo mostra um corte da estufa com a disposição dos tubos.



**Figura VIII.2 – Disposição dos tubos**

O resfriamento será feito por um conjunto de exaustores de um lado da estufa e espuma do outro. O objetivo da espuma é não passar ar enquanto o ventilador estiver desligado. Serão oito exaustores distribuídos. Este método faz com que o ar dentro da estufa não atinja grandes velocidades a ponto de danificar as plantas e a troca de ar seja suficiente para resfriar e renovar o ar.

Em alguns momentos do dia a troca de calor por radiação pode ser muita elevada, como no meio-dia, em que há uma grande incidência da luz solar, e a noite, que a estufa perde bastante calor para o céu. Para solucionar este problema deverão ser utilizadas cortinas logo abaixo do teto. Estas podem tomar qualquer posição, como inteira ou parcialmente fechadas.



**Figura VIII.3 - Cortinas**

### ***VIII.2 – Funcionamento***

Para a modelagem primeiro foi definido o funcionamento da estufa. Este pode ser dividido em duas partes: aquecimento e resfriamento. No aquecimento os exaustores estão desligados. Água estará sendo bombeada com fluxo constante para dentro da estufa. Esta água estará sendo aquecida por uma caldeira elétrica, onde haverá o controle. As equações que representam esta fase são a variação da temperatura da estufa, caldeira e água saindo da estufa no tempo.

A outra fase é o resfriamento, onde os exaustores estarão ligados e a bomba e a caldeira estarão desligadas. A estufa só será resfriada se a temperatura externa for inferior a interna.

Variáveis externas representando a radiação e temperatura externa também são consideradas.

O controle entre o aquecimento e resfriamento é do tipo liga/desliga. Quando a temperatura ultrapassa 1°C, o resfriamento é ligado e, quando chega a -1 °C, o aquecimento é ligado.

### ***VIII.3 – Definição das constantes***

Para esta estufa no tamanho real será utilizada a mesma modelagem matemática realizada para o modelo em escala. Serão consideradas as mesmas variáveis de estado, entradas, perturbações e saídas. Haverão mudanças nas constantes numéricas das equações de estado, que representam tanto a estufa como o equipamento. Abaixo serão definidas estas novas constantes.

### *Velocidade do ar*

Foi considerado que a estufa deve ter uma troca de ar a cada 100 s. Isto significa em uma velocidade média do ar dentro da estufa de 0,5 m/s. A vazão mássica do ar por todos os exaustores será:  $\dot{m}_e = 174 \text{ kg/s}$ .

O termo de troca de calor que representa o resfriamento da estufa é:

$$q_e = \dot{m}_e \cdot c_{par} \cdot (T_\infty - T_a)$$

### *Troca nas Paredes*

A área total de transferência de calor com o meio externo para a estufa com estas dimensões é  $A_p = 1607 \text{ m}^2$ .

Para determinar o coeficiente global de transferência nas paredes foram consideradas as convecções interna e externa e a condução do polietileno.

$$U_p = \frac{1}{\frac{1}{ha} + \frac{k_p}{e} + \frac{1}{h\infty}}$$

Como a espessura do polietileno é muito pequena ( $\sim 2 \text{ mm}$ ) o termo de condução pode ser desprezado. Tem-se  $U_p = 2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ .

A troca de calor nas paredes pode ser representada por:

$$q_p = U_p \cdot A_p \cdot (T_a - T_\infty)$$

### *Radiação*

Na radiação serão utilizados os mesmos valores definidos anteriormente. A área considerada no teto será de  $5000 \text{ m}^2$  com o sol no meio do dia (entre  $55^\circ$  e  $125^\circ$ ) e a noite e de  $3536 \text{ m}^2$  de manhã e à tarde, que o sol só estará incidindo em uma das faces do triângulo.

	<b>Verão</b>	<b>Inverno</b>
<b>De manhã e à tarde</b>	$150 \text{ W/m}^2$	$20 \text{ W/m}^2$
<b>Meio do dia</b>	$390 \text{ W/m}^2$	$300 \text{ W/m}^2$
<b>À noite</b>	$-170 \text{ W/m}^2$	$-170 \text{ W/m}^2$

**Tabela VIII.1 – Radiações**

As cortinas servirão para que nos momentos críticos de radiação não haja perda de calor para o céu (de noite) ou não entre calor de mais (meio-dia) aquecendo a estufa exageradamente.

### Tubos

Para dimensionar o tamanho do tubo foram realizados alguns balanços de energia. Primeiro considerou-se que a estufa irá aquecer 5 °C em 20 minutos. A troca de calor do tubo para a estufa foi igualada a capacidade térmica necessária para aquecer a estufa.

$$Ca.\Delta T = Ut.At.\Delta Tml$$

Onde  $\Delta Tml$  é a média logarítmica de temperatura, já que a distribuição dos tubos dentro da estufa pode ser considerado como um trocador de calor. Esta média foi considerada para este dimensionamento como sendo:

$$\Delta Tml = \frac{Ts - Tr}{\ln\left(\frac{Ts - Ta}{Tr - Ta}\right)} = \frac{55 - 5}{\ln\left(\frac{50 - 30}{55 - 30}\right)} = 21,7$$

O coeficiente global de troca de calor, considerando que o tubo terá 1 polegada de diâmetro será igual a 7 W/m<sup>2</sup>.K.

Teremos então que a área externa do tubo será  $At = 271$  m<sup>2</sup>. O comprimento do tubo será de 3400 m, que formará uma serpentina com 34 tubos passando por dentro da estufa.

Para calcular a vazão mássica da água dentro do tubo considera-se a potência perdida da água no tubo com a necessária para aquecer a estufa.

$$\dot{m}_a \cdot c_{água} \cdot \Delta T = Ut \cdot At \cdot \Delta Tml$$

Com esta relação e considerando que a perdas de temperatura da água desde a entrada até a saída do tubo é de 5 °C (ideal de trocadores de calor) temos que  $\dot{m}_a = 4 \text{ kg/s}$ .

### *Caldeira*

Na caldeira elétrica está sendo considerado que a água em seu interior é aquecida por 40 resistências de  $10\Omega$  ligadas em paralelo, o que resulta em uma resistência equivalente  $R = 0,25\Omega$ .

A massa de água dentro da caldeira foi determinada observando catálogos de caldeiras elétricas. Concluiu-se que a massa será  $m_r = 2100$  kg.

### **VIII.4 – Modelagem**

As variáveis de estado serão:

- $T_a \rightarrow$  temperatura da estufa [°C];
- $T_r \rightarrow$  temperatura do reservatório [°C];
- $T_s \rightarrow$  temperatura na saída da estufa [°C].

A entrada controlada será:

- $V \rightarrow$  o quadrado da tensão ( $V = U^2$ ) [Volts<sup>2</sup>];

E as perturbações:

- $T_\infty \rightarrow$  temperatura externa [°C];
- $q_{rad} \rightarrow$  radiação no teto da estufa [W].

A seguir estão as equações de estado com os novos valores das constantes. Estas equações foram definidas segundo balanços de energia que estão descritos no item III.3 para a estufa em escala.

#### **Aquecimento:**

##### *- Caldeira*

$$m_r \cdot c_{água} \cdot \frac{\partial T_r}{\partial t} = \frac{V}{R} - \dot{m}_a \cdot c_{água} \cdot (T_r - T_s) \quad (1)$$

onde,

- $m_r \rightarrow$  massa de água na caldeira: 2100 kg;

- $c_{água}$  → capacidade térmica da água a pressão constante a 50 °C: 4181 J/kg.K;
- $R$  → resistência: 0,25 Ω;
- $\dot{m}_a$  → vazão mássica no tubo: 4 kg/s.

- *Estufa*

$$Ca \cdot \frac{\partial Ta}{\partial t} = U_t \cdot At \cdot \Delta Tml + qrad - U_p \cdot Ap \cdot (Ta - T\infty) \quad (2)$$

$$\Delta Tml = \frac{Ts - Tr}{\ln\left(\frac{Ts - Ta}{Tr - Ta}\right)}$$

onde,

- $Ca$  → capacidade térmica do ar na estufa a 40 °C:  $2,04 \cdot 10^7$  J/K;
- $U_t$  → coeficiente global de transferência de calor do tubo com o ar da estufa: 7 W/m<sup>2</sup>.K;
- $At$  → área externa do tubo: 271 m<sup>2</sup>;
- $U_p$  → coeficiente global de transferência de calor do ar externo com o interno: 2 W/ m<sup>2</sup>.K;
- $Ap$  → área da parede: 1607 m<sup>2</sup>;

- *Tubo*

$$Ct \cdot \frac{\partial Ts}{\partial t} = \dot{m}_a \cdot c_{água} \cdot (Tr - Ts) - U_t \cdot At \cdot \Delta Tml \quad (3)$$

onde,

- $Ct$  → capacidade térmica da água do tubo:  $7,2 \cdot 10^6$  J/K.

As outras variáveis estão relacionadas acima.

**Resfriamento:**

$$Ca \cdot \frac{\partial Ta}{\partial t} = qrad - U_p \cdot Ap \cdot (Ta - T\infty) - \dot{m}_e \cdot c_{par} \cdot (Ta - T\infty)$$

onde,

- $\dot{m}_e$  → vazão mássica dos exaustores: 174 kg/s;

- $c_{par} \rightarrow$  capacidade térmica do ar a pressão constante a 25 °C: 1007 J/kg.K.

### VIII.5 – Espaço de Estados: Aquecimento

O primeiro passo para definir as matrizes de estado que representam o aquecimento é linearizar as equações acima determinadas. O primeiro passo da linearização é a determinação do ponto de equilíbrio. Considerando que  $f1 = \dot{T}a$ ,  $f2 = \dot{T}r$  e  $f3 = \dot{T}s$  o ponto de equilíbrio é determinado quando  $f1 = 0$ ,  $f2 = 0$  e  $f3 = 0$ . Com algumas considerações chegou-se a:

$$\begin{aligned} x^* &= \begin{bmatrix} T_a^* \\ T_r^* \\ T_s^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 46,2 \\ 92,7 \\ 87,7 \end{bmatrix} & u^* &= V = 20900 & e^* &= \begin{bmatrix} T_\infty^* \\ grad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

O modelo linearizado será representado por:

$$\delta \dot{x}(t) = A \delta x(t) + B \delta u(t) + P \delta e(t)$$

$$\delta y(t) = C \delta x(t) + D \delta u(t)$$

As matrizes A, B, P são derivadas parciais das equações f1, f2 e f3, em relação as variáveis no ponto de equilíbrio (ver item IV.1).

$$A = \begin{bmatrix} -2,51 \cdot 10^{-4} & 4,48 \cdot 10^{-5} & 4,83 \cdot 10^{-5} \\ 0 & -0,0019 & 0,0019 \\ 2,63 \cdot 10^{-4} & 0,0022 & -0,0025 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4,56 \cdot 10^{-7} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1,58 \cdot 10^{-4} & 4,9 \cdot 10^{-8} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0]$$

$$D = [0]$$

Para verificar a estabilidade do modelo linearizado é necessário calcular os autovalores, que, como são todos negativos temos que o modelo é assintóticamente estável.

Como as matrizes de controlabilidade  $[B \ | \ AB \ | \ A^2B]$  e observabilidade  $\begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix}$  tem posto igual a três temos que o sistema é controlável e observável.

### **VIII.6 – Espaço de Estados: Resfriamento**

Para a representação do resfriamento temos:

$$\dot{x} = Ax + Pe$$

$$y = Cx$$

onde  $A = -\frac{U_p \cdot A_p + \dot{m}_e \cdot c_{par}}{Ca} = -0,00875$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{U_p \cdot A_p + \dot{m}_e \cdot c_{par}}{Ca} & \frac{1}{Ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00875 & 4,9 \cdot 10^{-8} \end{bmatrix}$$

### **VIII.7 – Controlador**

No projeto do controlador foram utilizadas técnicas de controle ótimo. Para isso deve-se determinar a matriz de ganho K definida por:

$$u(t) = -K \cdot x(t)$$

O método para obter esta matriz de ganho, explicado para a estufa em escala, resulta em obter as matrizes Q e R. Com estas a matriz K pode ser facilmente determinada através do software Matlab.

As matrizes Q e R que resultaram em um melhor comportamento do controlador foram:

$$Q = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad R = [0,0010]$$

A matriz K:

$$K = [649 \quad 1,98 \cdot 10^3 \quad 1,07 \cdot 10^3]$$

Para realizar estes testes e determinar o melhor ganho do controlador foi feita uma malha no Simulink (Anexo C).

### ***VII.8 – Simulações no Simulink***

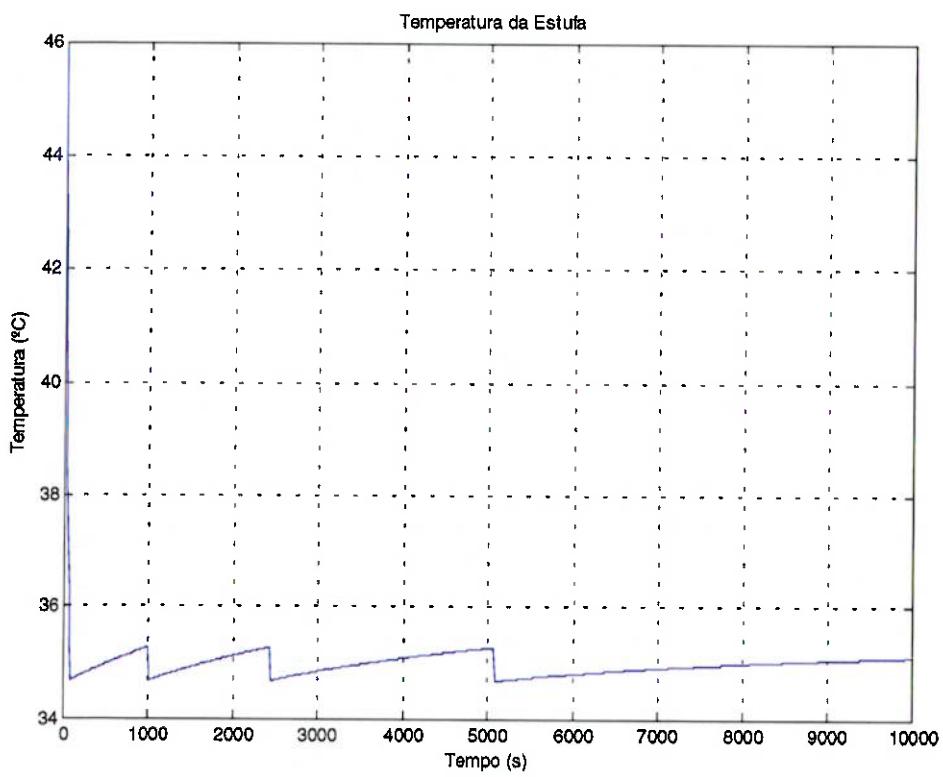
As simulações feitas no Simulink serão para quatro situações diferentes. Para todas elas serão apresentados gráficos da temperatura dentro de estufa, a temperatura da água na entrada e na saída da estufa e a tensão aplicada nas resistências da caldeira.

A chave liga/desliga do aquecedor e resfriamento é acionada nos limites de 0,3 °C acima e abaixo da temperatura de referência.

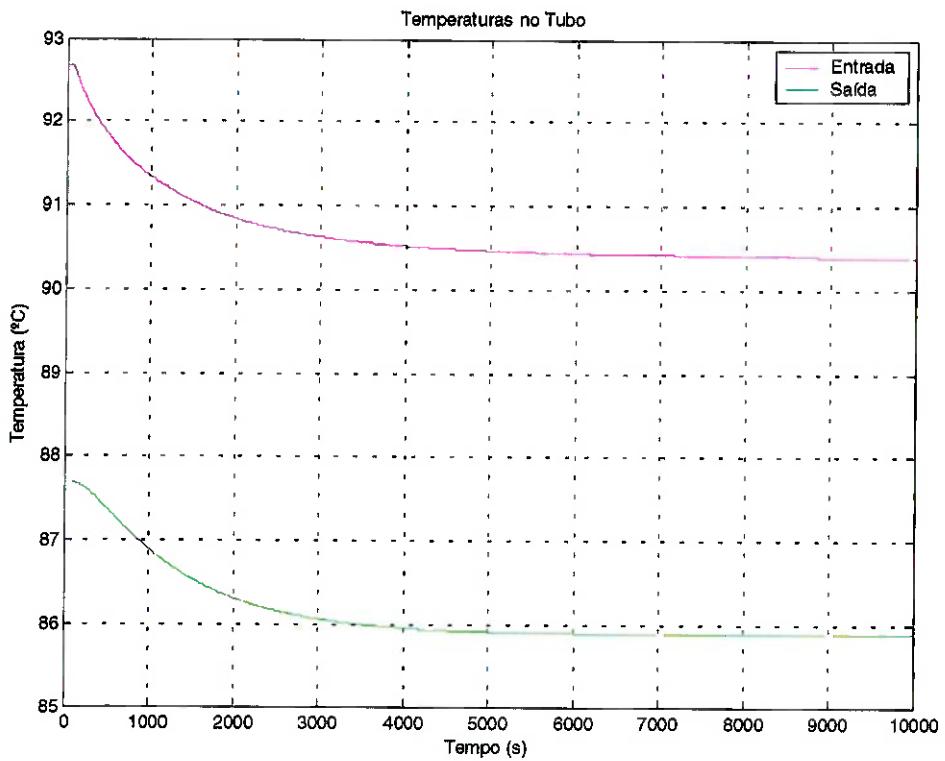
Todas as variáveis começam a simulação em seu ponto de equilíbrio.

#### *Situação 1*

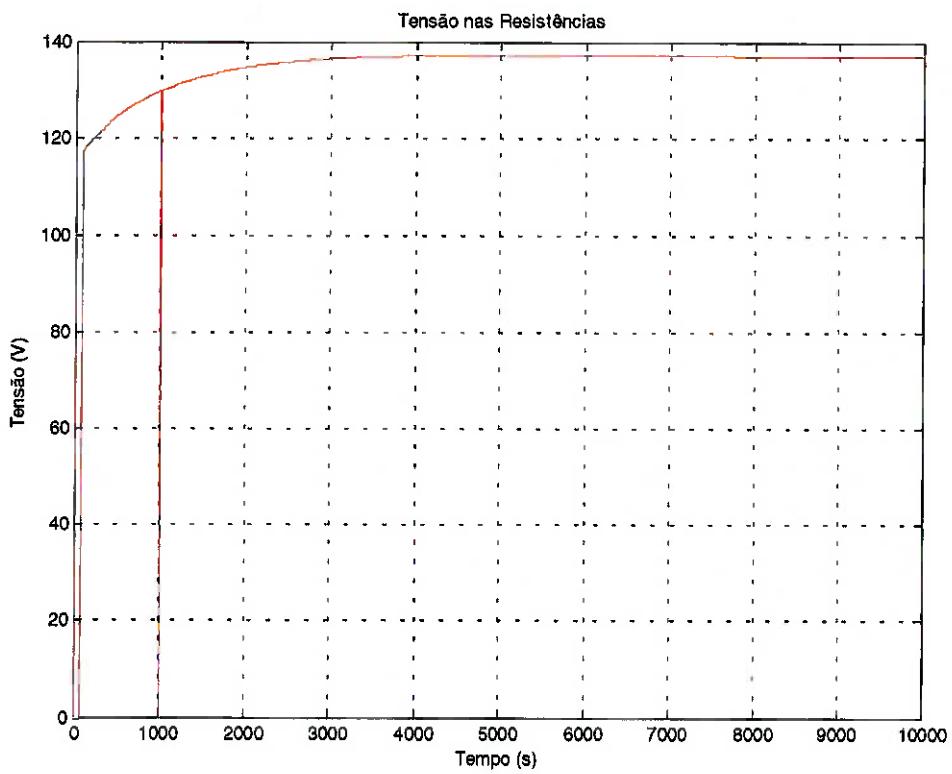
Para esta simulação foi considerada uma temperatura externa de 25 °C, radiação nula (caso com as cortinas fechadas) e temperatura de referência 35 °C. O tempo de simulação é de 10.000 segundos (~ 2h 47min).



**Figura VIII.4 – Temperatura da Estufa 1**



**Figura VIII.5 – Temperaturas da água no tubo 1**



**Figura VIII.6 – Tensão nas Resistências da Caldeira 1**

As quedas que acontecem no gráfico de tensão, tanto neste como nos seguintes, são quando a ventilação está ligada, a tensão neste caso é nula.

#### *Situação 2*

Neste caso foi acrescentada uma radiação de 100 kW, com as mesmas temperaturas externa e de referência.

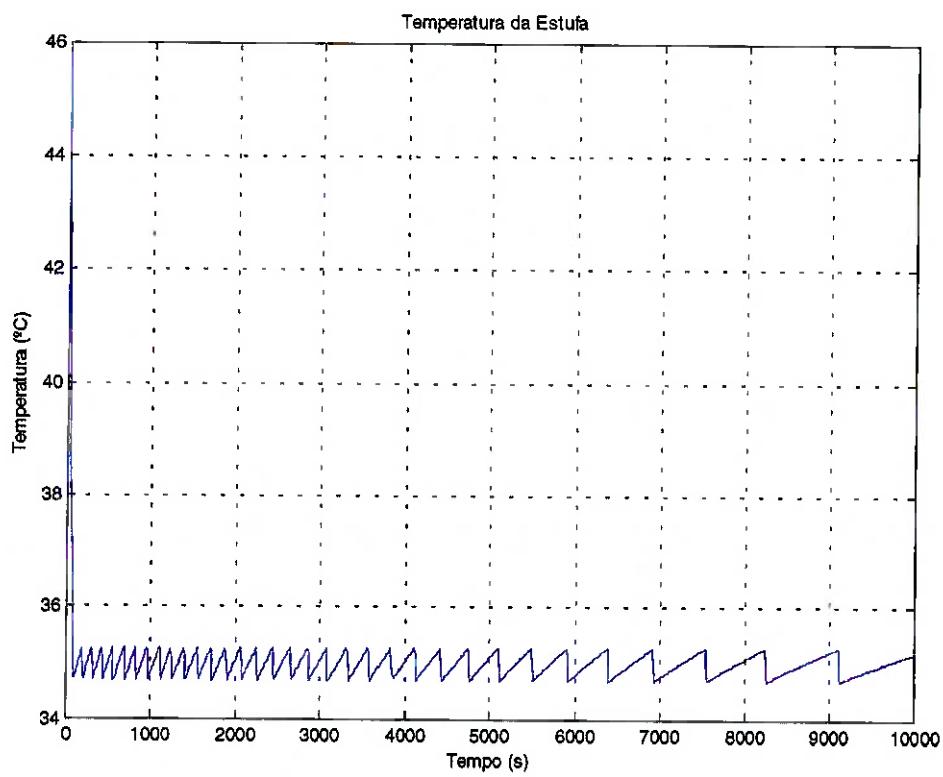


Figura VIII.7 – Temperatura da Estufa 2

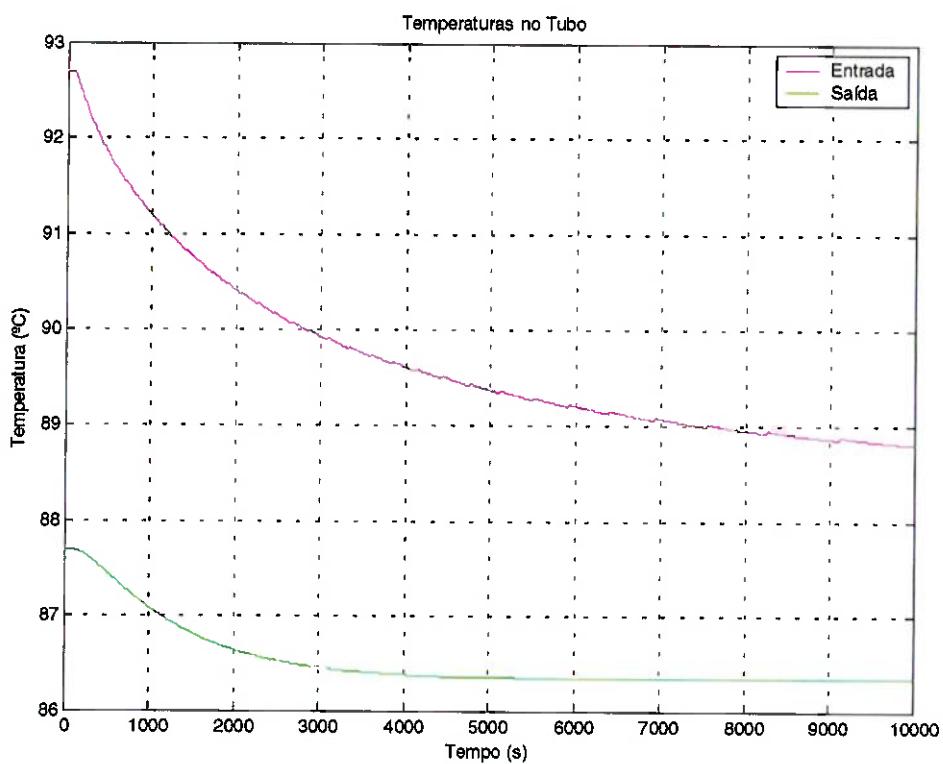
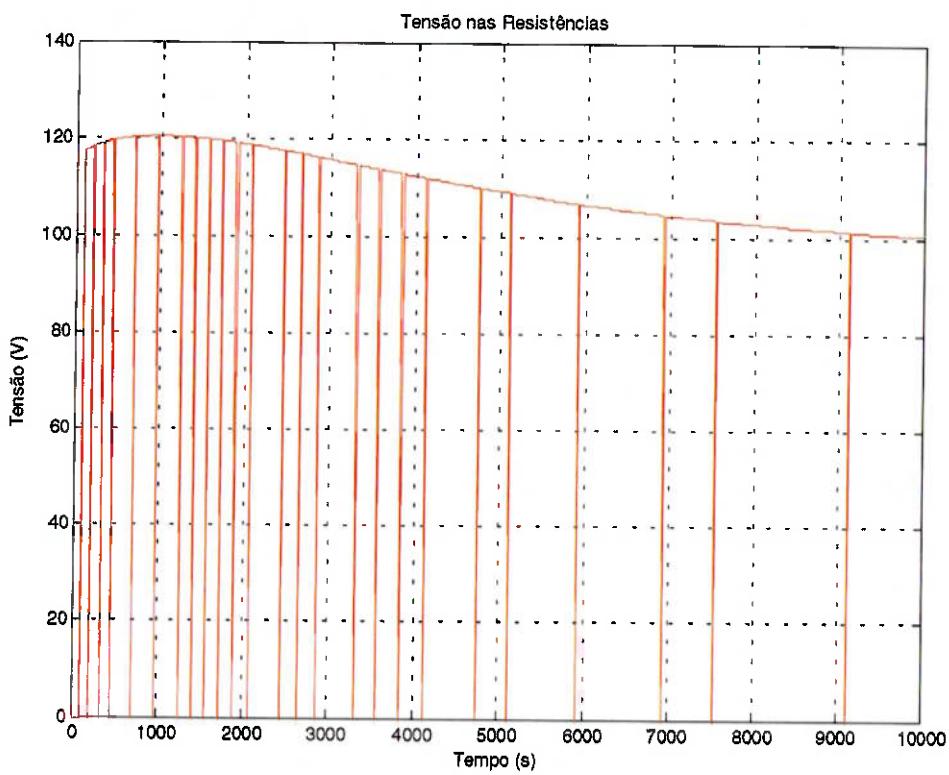


Figura VIII.8 – Temperaturas da água no tubo 2

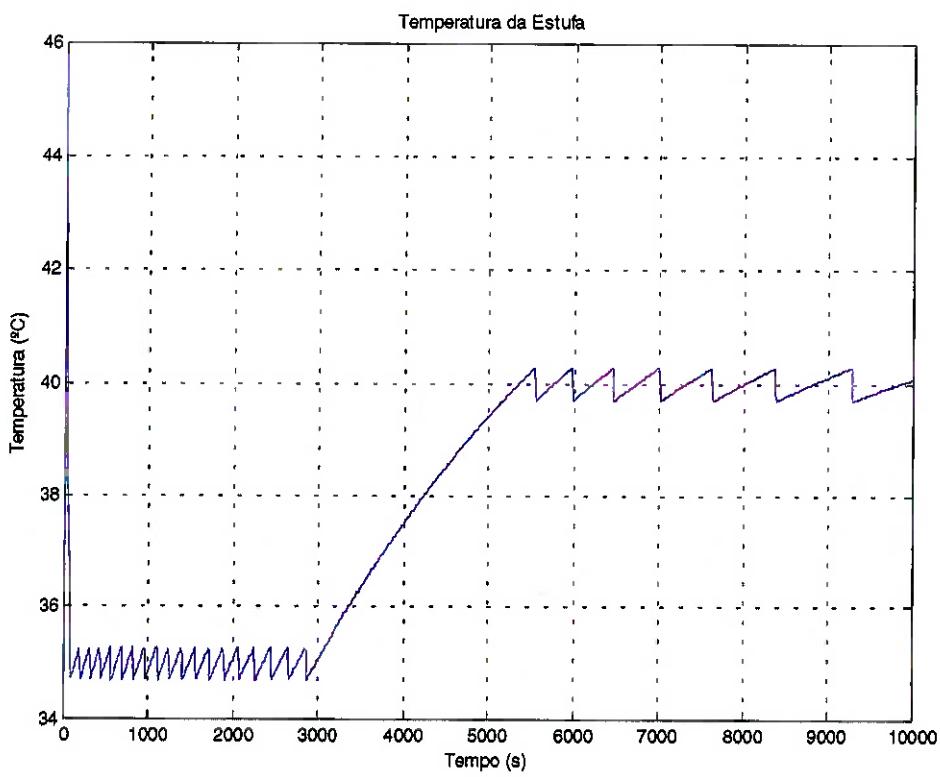


**Figura VIII.9 – Tensão nas Resistências da Caldeira 2**

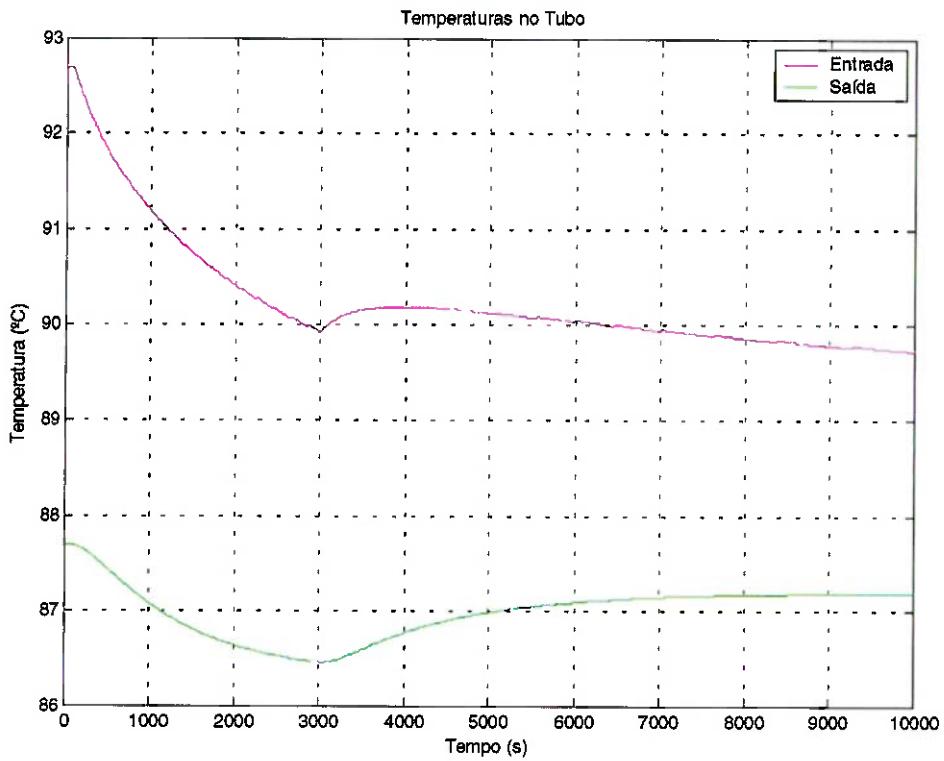
Comparando as duas situações pode-se verificar a influência da radiação no controle da estufa. Como a estufa aquece mais rápido com a radiação, verifica-se que há mais oscilação na temperatura. A tensão e a temperatura da água são inferiores.

### *Situação 3*

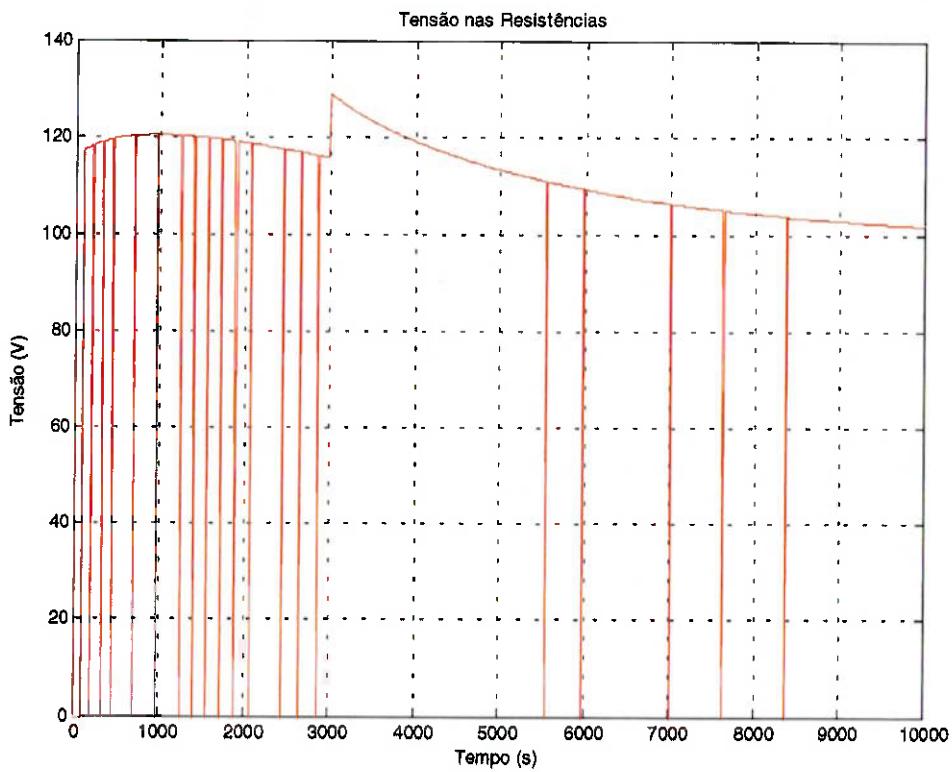
Nesta situação utiliza-se os mesmos dados da anterior (temperatura externa de 25 °C, radiação de 100 kW) só que aos 3000 s a temperatura de referência vai de 35 °C para 40 °C.



**Figura VIII.10 – Temperatura da Estufa 3**



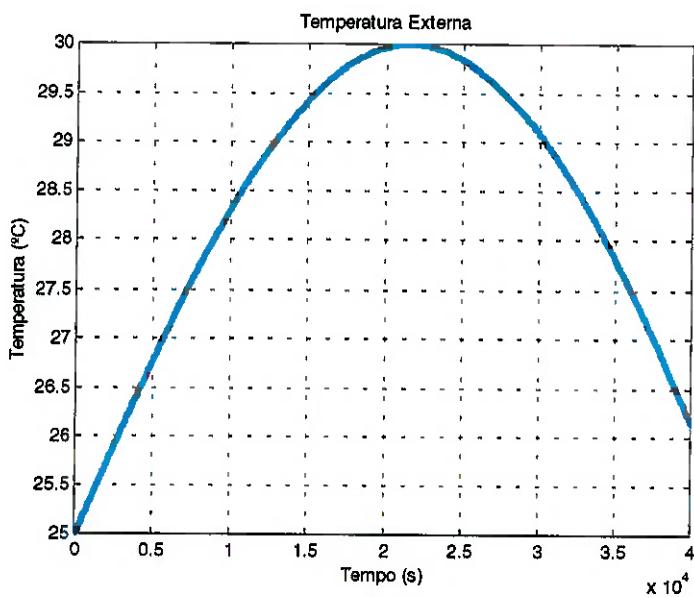
**Figura VIII.11 – Temperaturas da água no tubo 3**



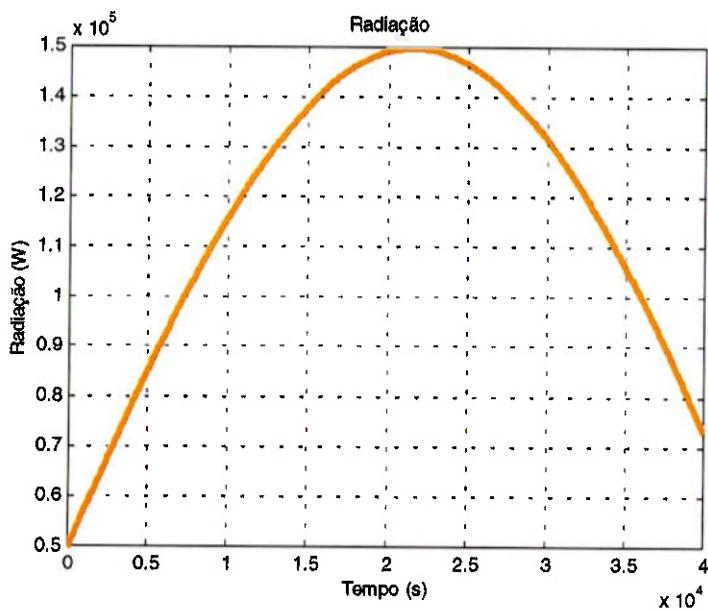
**Figura VIII.12 – Tensão nas Resistências da Caldeira 3**

#### *Situação 4*

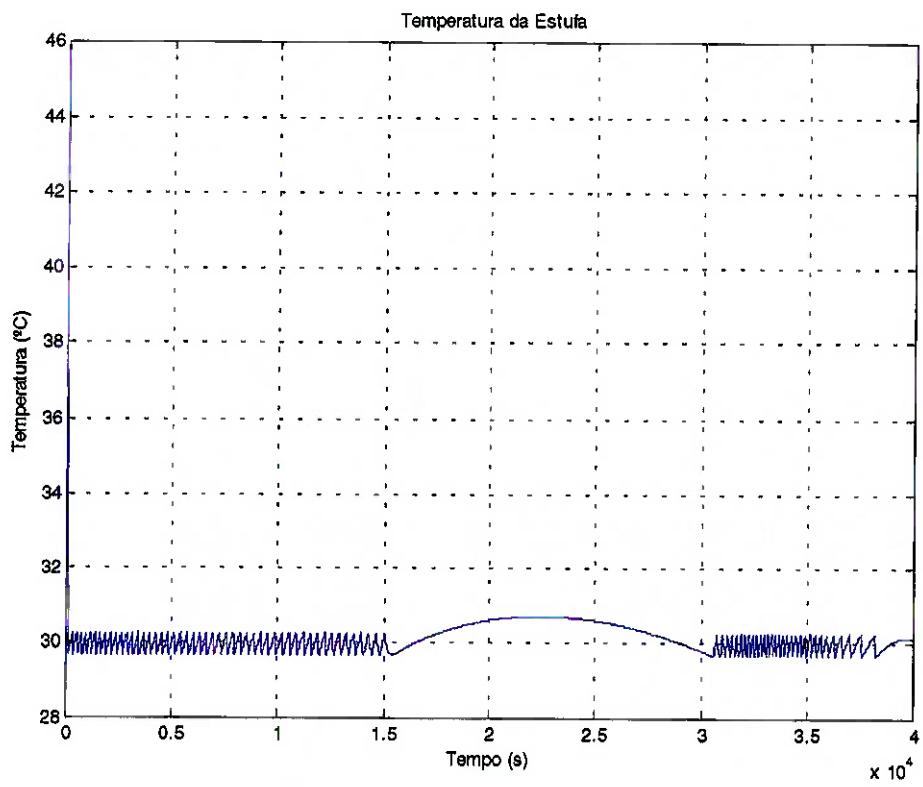
Neste caso foi simulado o comportamento da estufa durante um dia inteiro de funcionamento. Para isto as perturbações foram incluídas na malha como uma onda senoidal conforme os gráficos abaixo. A temperatura de referência foi mantida em 30 °C. O tempo de simulação foi de 40.000 s (~11h 6min).



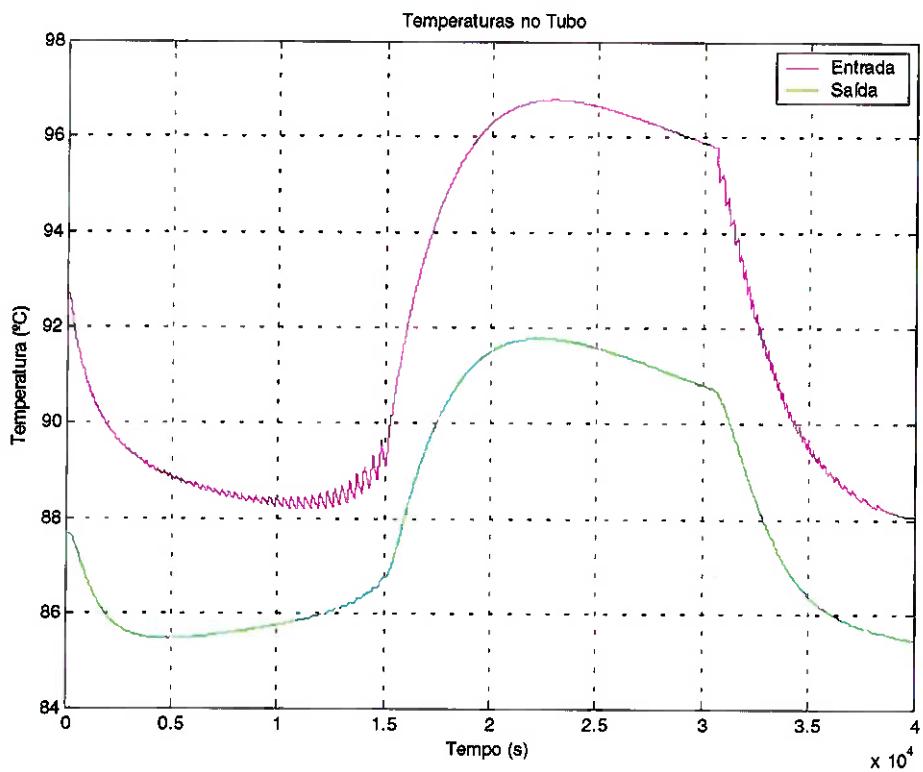
**Figura VII.13 – Variação da Temperatura Externa**



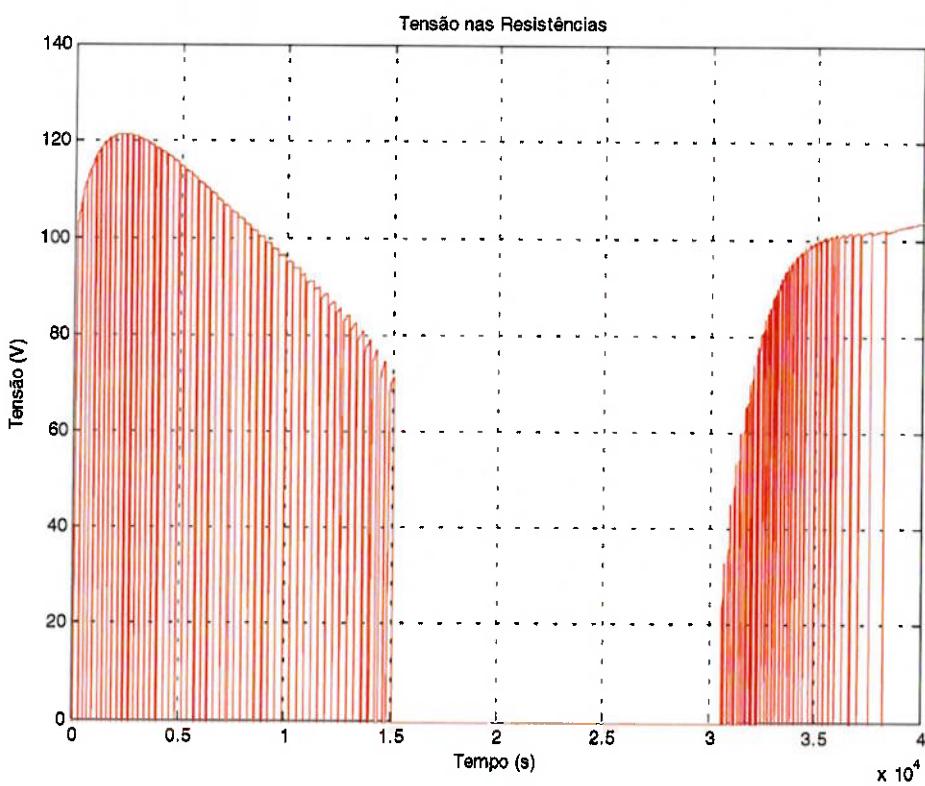
**Figura VIII.14 – Variação da Radiação**



**Figura VIII.15 – Temperatura da Estufa 4**



**Figura VIII.16 – Temperaturas da água no tubo 4**



**Figura VIII.17 – Tensão nas Resistências da Caldeira 2**

Entre 15.000 e 27.000 segundos dá para verificar que a temperatura passa o set-point do controlador, que é de 0,5 °C, isto ocorre porque o fenômeno do resfriamento depende de a temperatura externa ser inferior a interna. Neste pico do dia a temperatura externa chega a 30 °C e a radiação também se eleva.

## **IX – Umidificação**

Nesta parte do relatório será projetado um sistema de umidificação para a estufa. Para este sistema será feita uma representação matemática. Esta será incluída no malha construída no Simulink e serão feitas algumas simulações de seu comportamento.

O controle da umidade será da forma liga/desliga, quando for necessário mais umidificação o sistema ligará. A variação de umidade na estufa pode ser dividida em três casos diferentes que serão explicados nos próximos itens:

1. Aquecimento ligado e umidificador ligado.
2. Aquecimento ligado e umidificador desligado.
3. Resfriamento e umidificador desligado.

### ***IX.1 – Função do Umidificador***

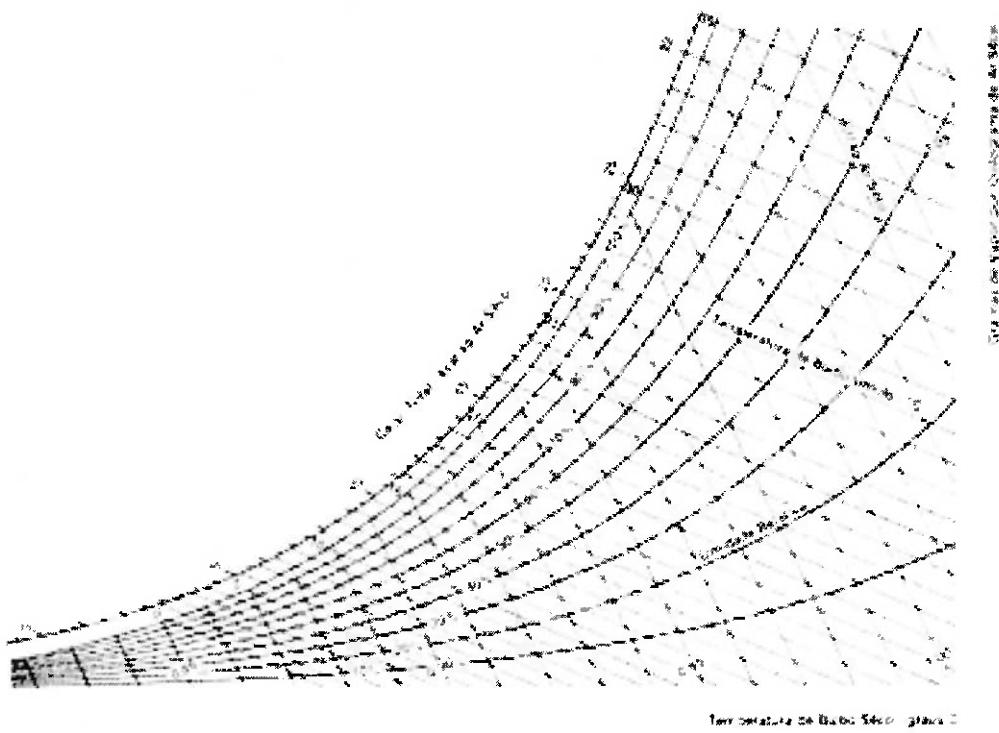
São dois tipos de umidificadores mais utilizados em estufas. O borrifador que consiste em passar água pressurizada em furos bem pequenos, criando uma névoa. O Higrofan, que é um ventilador acoplado a um disco em alta rotação. A água é jogada neste disco, sendo atomizada e dispersada pelo ventilador.

A função dos umidificadores é fazer com que a água líquida se transforme em micro gotículas de água, aumentando a área de troca de calor e massa. Estas quando misturadas no ar da estufa se transformam quase que instantaneamente em vapor. Entretanto, para que isto ocorra é necessário que o ar não esteja 100% saturado e que a água despejada esteja a uma temperatura acima da temperatura de orvalho nas condições da estufa naquele momento. Do contrário haverá condensação da água. Água borrifada abaixo da temperatura de orvalho seria útil para realizar um sistema de desumidificação.

Quando água está sendo borrifada, a estufa irá resfriar. Nosso controlador não foi projetado considerando a umidificação, entretanto, com as simulações será possível verificar o seu comportamento devido a esta diminuição de temperatura.

## IX.2 Carta Psicrométrica

Para o controle de temperatura e umidade, deve-se estabelecer uma faixa destes parâmetros. Estes parâmetros estão relacionados em gráfico conhecido como carta psicrométrica, que representa as curvas características da mistura de ar e vapor de água, relacionando temperatura de bulbo seco, temperatura de bulbo úmido, umidade absoluta e umidade relativa. As relações existentes nesta carta são importantes para estabelecer nossos limites de controle, que são os limites recomendáveis de temperatura e umidade que diferem para cada tipo de planta.



**Figura IX.1 – Carta psicrométrica**

Outra relação importante utilizada é o cálculo das umidades no interior da estufa relacionando os sensores de temperatura de bulbo úmido e seco. Entretanto, para que estes dados possam ser tratados computacionalmente, necessita-se de algumas relações matemáticas descritas a seguir:

Pressão de saturação da água entre 0 °C e 200 °C (relação de Hyland-Wexler):

$$\ln(p_{sa}) = \frac{C_1}{T} + C_2 + C_3 \cdot T + C_4 \cdot T^2 + C_5 \cdot T^3 + C_6 \cdot \ln(T)$$

$$C_1 = -1,0440397 \cdot 10^4$$

$$C_2 = -1,1294650 \cdot 10^1$$

$$C_3 = -2,7022355 \cdot 10^{-2}$$

$$C_4 = 1,2890360 \cdot 10^{-5}$$

$$C_5 = -2,4780681 \cdot 10^{-5}$$

$$C_6 = 6,5459673$$

T em temperatura absoluta e p<sub>sa</sub> em psia.

As relações abaixo são em unidades inglesas, portanto as temperaturas devem ser em °F.

$$W_s^* = 0,62198 \frac{p_{sa}^*}{p - p_{sa}^*}; \quad W_s = 0,62198 \frac{p_{sa}}{p - p_{sa}}$$

$$W = \frac{(1093 - 0,556t^*)W_s^* - 0,240(t - t^*)}{1093 + 0,444t - t^*}$$

$$\mu = \left. \frac{W}{W_s} \right|_{t,p}$$

E a umidade relativa é dada por:

$$\phi = \frac{\mu}{1 - (1 - \mu)(p_{sa} / p_{atm})}$$

### IX.3 – Caso de Aquecimento com Umidificador ligado

Para verificar a quantidade de vapor que seria necessário acrescentar na estufa durante a umidificação foi pesquisado o recomendado em catálogos de fabricantes de higrofans.

Temos que para uma estufa de quatro metros de altura para renovar o ar quatro vezes por hora seriam necessários 9,7 higrofans por acre. A vazão de cada higrofan é de 30 litros/h. Com estes dados temos que a vazão mássica será  $\dot{m}_v = 8,33 \cdot 10^{-2} \text{ kg/s}$ .

Para mistura (no caso ar e vapor d'água) temos as seguintes relações para umidade relativa ( $\phi$ ) e umidade absoluta (w):

$$\phi = \frac{P_V}{P_{SAT}}$$

$$w = 0,622 \frac{P_V}{P_{atm} - P_V} = \frac{m_v}{m_a}$$

onde,

$m_v$  → massa de vapor na mistura ar-vapor;

$m_a$  → massa de ar seco;

$P_{atm} - P_V = P_a$  → pressão parcial de ar seco na mistura;

$P_V$  → pressão parcial de vapor na mistura;

$P_{SAT}$  → pressão de saturação da água para temperatura da mistura;

A variação da umidade absoluta no tempo será:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_v}{m_a} \right) = \frac{1}{m_a} \cdot \dot{m}_v \quad (1)$$

Isto ocorre porque somente a massa de vapor varia no tempo durante a umidificação, a massa de ar seco permanece sempre constante. A variação de umidade absoluta também pode ser representada por:

$$\frac{dw}{dt} = 0,622 \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{P_v}{P_{atm} - P_v} \right) \Leftrightarrow \frac{d}{dt} \left( \frac{P_v}{P_{atm} - P_v} \right) = \frac{\dot{P}_v * P_{atm}}{(P_{atm} - P_v)^2} \quad (2)$$

Das duas equações acima (1) ∩ (2):

$$\frac{\dot{m}_v}{m_a} = \frac{\dot{P}_v * P_{atm}}{(P_{atm} - \dot{P}_v)^2} * 0,622 \quad (3)$$

$$\phi = \frac{P_V}{P_{SAT}} \Leftrightarrow P_V = \phi \cdot P_{SAT} \quad (4)$$

$$\frac{\dot{m}_v}{m_a} = 0,622 \cdot \left[ \frac{(\phi \cdot P_{SAT}) \cdot P_{atm}}{(P_{atm} - \phi \cdot P_{SAT})^2} \right] \quad (5)$$

Temos então:

$$\dot{\phi} = \frac{\dot{m}_v}{0,622 m_a} \cdot \left( \frac{P_{atm}}{P_{SAT}} - 2\phi + \frac{\phi^2 \cdot P_{SAT}}{P_{atm}} \right) - \frac{\phi \cdot P_{SAT}}{P_{SAT}} \quad (6)$$

Interpolando a pressão de saturação da água de 0 a 70 °C temos:

$$P_{SAT} = 10^{(0,0237 T + 2,8935)} \quad (7)$$

Derivando:

$$\dot{P}_{SAT} = 0,0237 * \log 10 * 10^{(0,0237 T + 2,8935)} = 0,0545 \cdot P_{SAT} \quad (8)$$

De (6)  $\cap$  (7)  $\cap$  (8) temos:

$$\dot{\phi} = \frac{\dot{m}_v}{0,622 m_a} \left( \frac{P_{atm}}{10^{(0,0237 T + 2,893)}} - 2,054 \phi + \frac{\phi^2 \cdot 10^{(0,0237 T + 2,893)}}{P_{atm}} \right)$$

onde,

$P_{atm} \rightarrow$  pressão atmosférica = 101.325 kPa;

$m_a \rightarrow$  massa de ar dentro da estufa = 20.300 kg.

Esta equação representa a variação de umidade relativa que ocorre na estufa em relação à umidade relativa e temperatura de bulbo seco atuais.

Quando a estufa está sendo umidificada ocorre um resfriamento da estufa. Este resfriamento ocorre principalmente a dois fenômenos: a vaporização das partículas de água borrifadas na estufa e a mudança de temperatura do vapor de água até a temperatura do ar da estufa. A energia utilizada é retirada da estufa. Para o equacionamento desta variação de temperatura só será considerada a vaporização, pois esta representa aproximadamente 99 % da energia trocada. A variação de temperatura na estufa devido a vaporização pode então ser representada por:

$$Ca \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{m}_v \cdot h_{lv}$$

onde,

Ca → capacidade térmica da estufa:  $2,04 \cdot 10^7 \text{ J/K}$ ;

$h_{lv}$  → entalpia de vaporização da água.

Como a entalpia de vaporização da água varia com a temperatura ela será interpolada para um intervalo de 20 a 70 °C:

$$h_{lv} = 2,45 \cdot 10^6 - 2,4 \cdot 10^3 \cdot T$$

Temos então:

$$Ca \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{m}_v \cdot (2,45 \cdot 10^6 - 2,4 \cdot 10^3 \cdot T)$$

#### ***IX.4 – Caso de Aquecimento com umidificador desligado***

Quando o umidificador está desligado ocorre uma variação na umidade relativa porque a umidade relativa é uma razão entre a pressão parcial de vapor e a pressão de saturação. A pressão de saturação é função da temperatura, portanto a

umidade relativa varia dependendo da temperatura interna da estufa. Da definição de umidade relativa temos que a variação será:

$$\dot{\phi} = \frac{-P_v * P_{SAT}}{(P_{SAT})^2} = \frac{-P_v * 0,054}{P_{SAT}}$$

A pressão de vapor em função da vazão mássica pode ser representada por:

$$0,622 \left( \frac{P_v}{P_{atm} - P_v} \right) = \frac{m_v}{m_a} \Leftrightarrow P_v = \frac{m_v * P_{atm}}{0,622 m_a + m_v}$$

### IX.5 Caso de Resfriamento

Quando o exaustor é ligado ocorre entrada de ar externo com uma umidade diferente na estufa. Os borrifadores neste momento devem estar desligados para que não ocorra gasto desnecessário.

Em contrapartida, sai da estufa massa de ar composta pelo ar que estava dentro dela misturada ao ar externo.

Determinou-se a variação da umidade absoluta interna da estufa em função da massa de ar que entra e da massa de ar que sai da estufa.

Variação da massa de vapor na estufa:

$$\begin{aligned} \Delta_{mv} &= m_{entrou} - m_{saiu} \Leftrightarrow \\ \dot{m}_v &= \text{Vazão mássica entrada} - \text{Vazão mássica de saída} \\ \dot{m}_v &= \dot{m}_e - \dot{m}_s \end{aligned} \tag{1}$$

Considerando um instante infinitesimal, a umidade absoluta do ar que entra é constante. Analogamente, a umidade absoluta do ar que sai também é constante. Dessa forma:

$$\begin{cases} \dot{m}_e = W_{externo} * \dot{m}_a \\ \dot{m}_s = W_{interno} * \dot{m}_a \end{cases}$$

Considerando a vazão mássica do ar puro igual à vazão mássica da mistura de ar-vapor na estufa (174 Kg/s) :

$$\begin{cases} \dot{m}_e = 174 * W_{ext} \\ \dot{m}_s = 174 * W_{int} \end{cases} \quad (2)$$

Sendo:

$$\begin{aligned} W_{ext} &= 0,622 * \left( \frac{\phi_{ext} * p_{sat,ext}}{p_{atm} - \phi_{ext} * p_{sat,ext}} \right) \\ W_{int} &= 0,622 * \left( \frac{\phi_{int} * p_{sat}}{p_{atm} - \phi_{int} * p_{sat}} \right) \end{aligned}$$

De II em I:

$$\begin{aligned} \dot{m}_v &= 174 * (W_{ext} - W_{int}) \Leftrightarrow \\ \dot{m}_v &= 108,22 * \left( \frac{\phi_{ext} * p_{sat,ext}}{p_{atm} - \phi_{ext} * p_{sat,ext}} - \frac{\phi_{int} * p_{sat}}{p_{atm} - \phi_{int} * p_{sat}} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

A variação temporal da umidade absoluta na estufa é dada por:

$$\frac{d(w)}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_a} \right) = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_a} \quad (4)$$

$$\frac{dw}{dt} = 0,622 * \frac{d}{dt} \left( \frac{p_v}{p_{atm} - p_v} \right) = 0,622 * \frac{\dot{p}_v * p_{atm}}{(p_{atm} - p_v)^2}$$

Na determinação dessa equação considerou-se que não existe variação na massa de ar seco dentro da estufa.

Sabe-se que:

e

$$p_v = \phi_{int} * p_{sat}$$

$$\frac{m_v}{m_a} = 0,622 * \left( \frac{(\dot{\phi}_{int} * p_{sat} + \phi_{int} * \dot{p}_{sat}) * p_{atm}}{p_{atm} - \phi_{int} * p_{sat}} \right) \quad (5)$$

Unindo-se as duas equações acima:

Das equações (3), (4) e (5), obtém-se a equação da variação da umidade relativa ao longo do tempo:

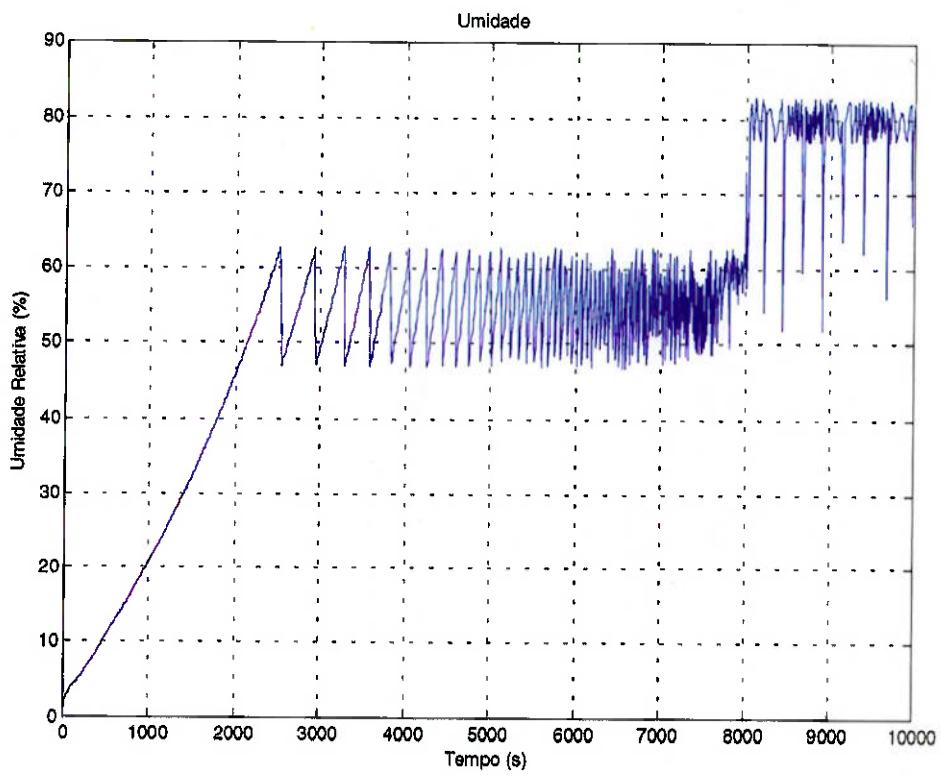
$$\dot{\phi}_{int} = \left( \frac{108,2}{1,27 * 10^9} \right) * \left[ \frac{(101325 - \phi_{int} * p_{sat}) * \phi_{ext} * p_{sat,e}}{(101325 - \phi_{ext} * p_{sat,e}) * p_{sat}} - (\phi_{int} * 101325 - \phi_{int}^2 * p_{sat}) \right] - 0,0545 * \phi_{int}$$

Sendo a pressão de saturação externa dada por:

$$p_{sat,ext} = 10^{(0,0237 * T_{umb} + 2,8935)}$$

#### **IX.6 – Simulação com o Simulink**

Foi feita uma malha no simulink (Anexo C) que representa entes 3 casos de umidificação. Abaixo está uma simulação onde, mantendo a temperatura interna da estufa em 30 °C, a umidade de referência foi alterada de 60 % para 80 %.



**Figura IX.2 – Gráfico de Umidificação**

## **X. Conclusão**

Esse projeto objetivou o desenvolvimento de um modelo matemático para as estufas analisadas (em escala e com proporções reais). Para isto estudaram-se estufas modernas automatizadas incluindo visitas para observação de seu funcionamento. Determinando suas características a estufa foi considerada como um volume de controle, possibilitando o estudo de todas as suas trocas de calor significativas.

Na próxima fase foi projetado um controlador. O mesmo junto com o modelo físico foi simulado em situações de aquecimento e resfriamento para verificar o comportamento do controle da estufa.

Uma outra simulação foi a de distribuição de temperatura no interior da estufa, durante o aquecimento, para verificar os gradientes de temperatura.

Com todas estas simulações verificou-se o funcionamento do controlador projetado, que, em diversos casos, estabiliza na temperatura desejada.

## Anexos

### Anexo A – Cálculo do coeficiente de película

Foi calculado o coeficiente de película para a convecção forçada gerada pelos ventiladores, entretanto, como os ventiladores são bem distribuídos e a velocidade do fluido é pequena, chegou-se a um número desprezível ( $h_a=0,5$ ). O mesmo ocorreu para o tubo (parte externa). Então, para a parte interna da estufa, com o ventilador ligado ou desligado, será considerado somente a convecção natural.

#### **Parede**

Para o cálculo do coeficiente de película na parede considerou-se a estufa como um paralelepípedo, com parede vertical e horizontal frias. A diferença de temperatura utilizada entre a parede e o ar interno foi de 30°C, que é uma temperatura critica para este caso.

#### **Parede Vertical:**

$$Ra_L = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_a) L^3}{\alpha \cdot \gamma}$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 \cdot Ra_L^{1/6}}{\left[ 1 + (0,492 / \text{Pr})^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$$

$$\overline{h} = \frac{\overline{Nu}_L \cdot k}{L}$$

#### **Parede Horizontal (parede fria inferior):**

$$\overline{Nu}_L = 0,15.Ra_L^{1/3} \quad (\text{para } 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11})$$

**Cilindro Horizontal:**

$$Ra_D = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_a) D^3}{\alpha \cdot \gamma}$$

$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0,60 + \frac{0,387 \cdot Ra_D^{1/6}}{\left[ 1 + (0,559 / \text{Pr})^{9/16} \right]^{3/27}} \right\}^2 \quad (\text{para } Ra_D \leq 10^{12})$$

Utilizando as seguintes constantes do ar para T=300K:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\beta = 1/300 \text{ K}^{-1}$$

$$\rho = 1,1614 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 1,007 \text{ kJ/kg.K}$$

$$\mu = 184,6 \cdot 10^{-7} \text{ N.s/m}^2$$

$$\gamma = 15,89 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 26,3 \cdot 10^{-3} \text{ W/m.K}$$

$$\alpha = 22,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\text{Pr} = 0,707$$

Chegamos a:

	Coeficiente de Película
Parede Vertical	5
Parede Horizontal	5,5
Tubo Externo	10

**Tabela A.1 – Coeficientes de película**

### Parte interna do tubo

Para a parte interna do tubo deve ser calculado o coeficiente de pelicula para a água que está percorrendo em seu interior.

$$R_{eD} = \frac{4 \cdot \dot{m}_a}{\pi \cdot D \cdot \mu} = 4830$$

onde,

$$\dot{m}_a = 1,32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$D = 0,00635 \text{ m}$$

e as constantes da água:

$$\mu = 5,48 \cdot 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$$

$$k = 0,643 \text{ W/m.K}$$

$$\text{Pr} = 3,56$$

Como o escoamento é turbulento temos que:

$$N_{UD} = 0,023 \cdot R_{eD}^{4/5} \cdot P_r^{0,4} = 33,8$$

$$h_i = \frac{N_{UD} \cdot k}{D} = 3427 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

## Anexo B – Código utilizado no MatLab

```
%Linearização

%Variáveis
Ta = sym('Ta');
Tr = sym('Tr');
Ts = sym('Ts');
V = sym('V');
Tinf = sym('Tinf');
qgrad = sym('qgrad');

%Funções
%Aquecimento
f1 = '4.75e-3*(Ts-Tr)/log((Ts-Ta)/(Tr-Ta)) + 6.44e-3*qgrad - 2.2e-2*(Ta-Tinf)' %estufa
f2 = '1.91e-5*V - 0.00528*(Tr-Ts)' %reservatório %mudando mr
para 0.25 kg
f3 = '1.13e-2*(Tr-Ts) - 1.51e-3*(Ts-Tr)/log((Ts-Ta)/(Tr-Ta))' %tubo

%Derivadas parciais
%A
df1_Ta = diff(f1, 'Ta')
df1_Tr = diff(f1, 'Tr')
df1_Ts = diff(f1, 'Ts')
df2_Ta = diff(f2, 'Ta')
df2_Tr = diff(f2, 'Tr')
df2_Ts = diff(f2, 'Ts')
df3_Ta = diff(f3, 'Ta')
df3_Tr = diff(f3, 'Tr')
df3_Ts = diff(f3, 'Ts')
%B
df1_V = diff(f1, 'V')
df2_V = diff(f2, 'V')
df3_V = diff(f3, 'V')
%P
df1_Tinf = diff(f1, 'Tinf')
df1_qgrad = diff(f1, 'qgrad')
df2_Tinf = diff(f2, 'Tinf')
df2_qgrad = diff(f2, 'qgrad')
df3_Tinf = diff(f3, 'Tinf')
df3_qgrad = diff(f3, 'qgrad')

%Pontos de equilíbrio
Ta = 33.1;
Tr = 73.1;
Ts = 68.1;
V = 1380;
Tinf = 25;
qgrad = 0;

%Substituindo
%A
df1_Ta = subs(df1_Ta)
df1_Tr = subs(df1_Tr)
df1_Ts = subs(df1_Ts)
df2_Ta = subs(df2_Ta)
```

```

df2_Tr = subs(df2_Tr)
df2_Ts = subs(df2_Ts)
df3_Ta = subs(df3_Ta)
df3_Tr = subs(df3_Tr)
df3_Ts = subs(df3_Ts)
%B
df1_V = subs(df1_V)
df2_V = subs(df2_V)
df3_V = subs(df3_V)
%P
df1_Tinf = subs(df1_Tinf)
df1_qrad = subs(df1_qrad)
df2_Tinf = subs(df2_Tinf)
df2_qrad = subs(df2_qrad)
df3_Tinf = subs(df3_Tinf)
df3_qrad = subs(df3_qrad)

%Matrizes de Estado
A = [df1_Ta df1_Tr df1_Ts ; df2_Ta df2_Tr df2_Ts ; df3_Ta
df3_Tr df3_Ts]
B = [df1_V ; df2_V ; df3_V]
P = [df1_Tinf df1_qrad ; df2_Tinf df2_qrad ; df3_Tinf df3_qrad]

%Verificando se é estável
AutoValores = eig(A)

%Outras matrizes
C = [1 0 0]
D = [0]

%Controlabilidade e Observabilidade
rank(ctrb(A,B))
rank(obsv(A,C))

%Controlador LQ
Q = [1000 0 0 ; 0 1 0; 0 0 .01]
R = [.0001]
K = lqr(A,B,Q,R)

k1=K(1)
k2=K(2)
k3=K(3)

```

### *Funções utilizadas na umidificação*

```

function fiponto = ficonstante(sinal)
mponto = sinal(1);
t = sinal(2);
fiponto = (-pv(mponto) * 0.054)/psat(t);

```

```

function fivponto = fivent(dado)
t = dado(1);
fiext = dado(2);
fi = dado(3);
enable = dado(4);
psatex = dado(5);
fivponto = enable * (((108.2/(0.622*20300*101325))*((((101325-
fi*psat(t))^2)*fiext*psatex)/((101325-fiext*psatex)*psat(t))-
(fi*101325-(fi^2)*psat(t)))-(0.0545*fi));

function saida = modelumid(entrada)
t = entrada(1);
fi = entrada(2);
saida(1) = - 8.33e-2*(2.454e6 - 2.4e3*t)/2.04e7;
saida(2) = (8.33e-2/(0.622*20300))*(101325/psat(t) - 2.054*fi +
fi^2*psat(t)/101325);

function p = psat(t)
p = 10^(0.0237*t + 2.893);

function pressao = pv(mponto)
pressao = (mponto * 101325)/(12626.6 + mponto);

function pve = pvext(entrada)
t = entrada(1);
fiext = entrada(2);
pve = fiext * psat(t);

function we = Wexterno(input)
t = input(1);
fiext = input(2);
we = 0.622*(fiext*psat(t))/(101325-(fiext*psat(t)));

```

## Anexo C – Malhas do Simulink

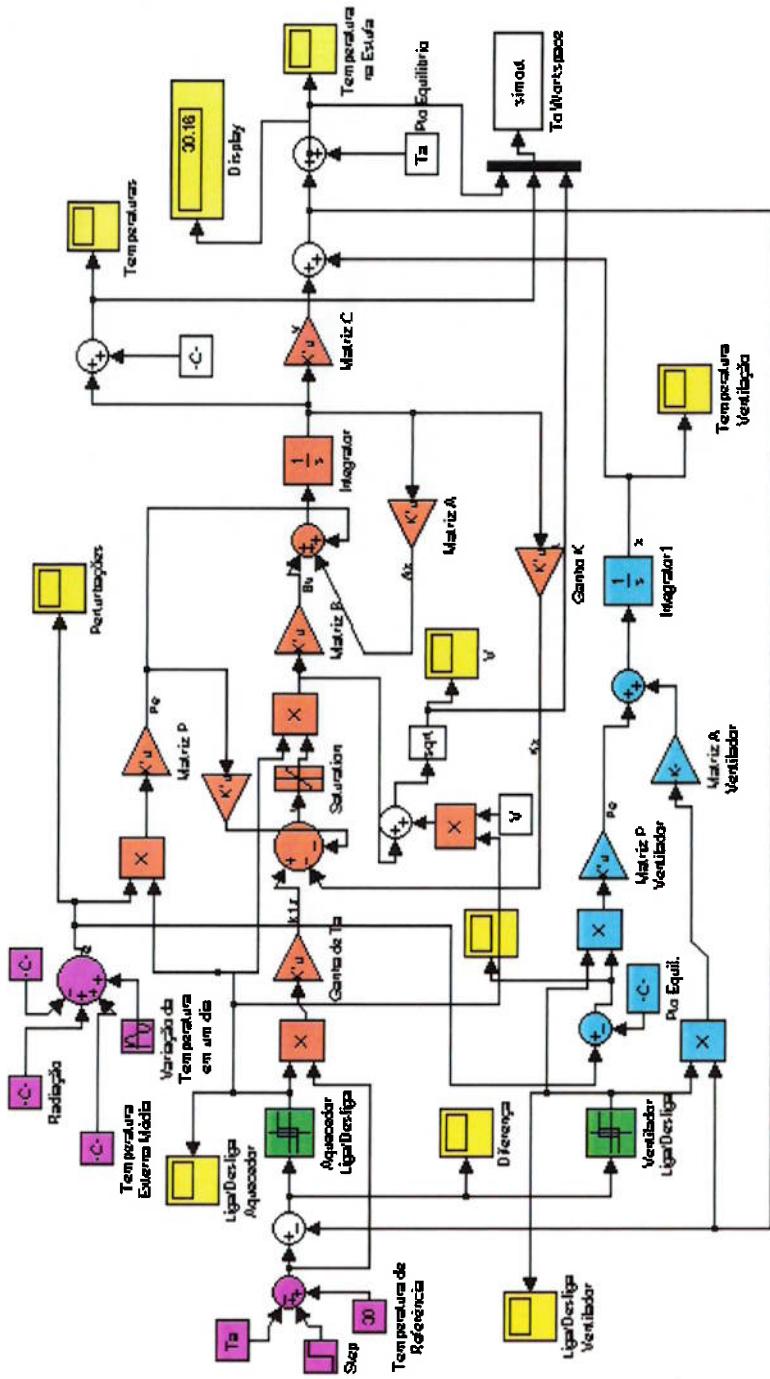


Figura C.1 – Malha do Simulink para Estufa do Tamanho Real

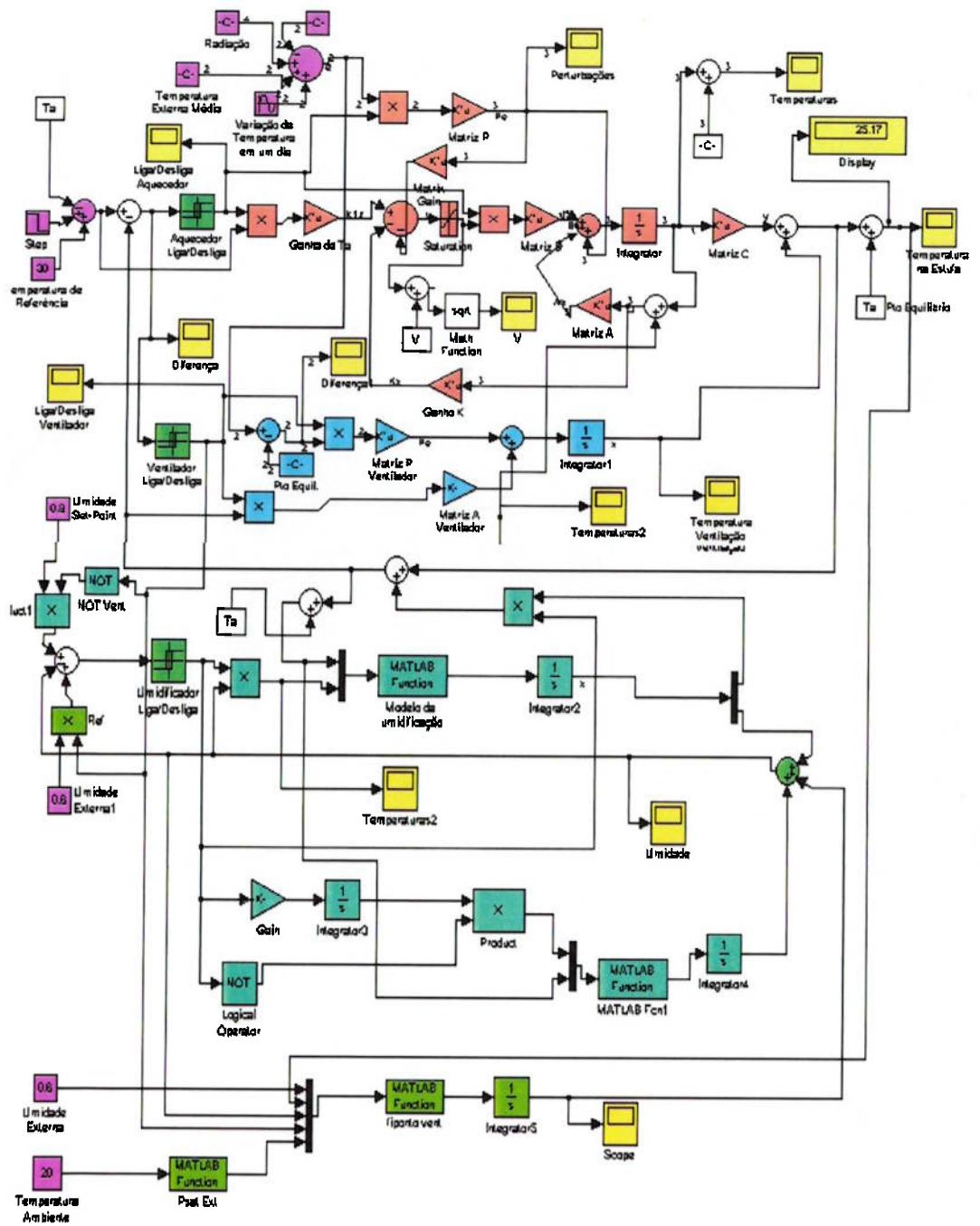


Figura C.2 – Malha do Simulink com Umidificação

## Referências Bibliográficas

- 1) INCROPERA, F.; DeWITT, D., **Fundamentos da transferência de calor e massa**, 4<sup>a</sup> edição, John Wiley & Sons, New York, 1996.
- 2) STOECKER, W.; JONES, J., **Refrigeração e Ar Condicionado**, 2<sup>a</sup> edição, McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1985.
- 3) ASHRAE, **HVAC Applications**, SI Edition, American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers, Atlanta, 1999.
- 4) FROTA A.; SCHIFFER S., **Manual Conforto Térmico**, 3<sup>a</sup> edição, Livraria Nobel S.A., São Paulo, 1987.
- 5) ASHRAE, **Fundamentals**, SI Edition, American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers, Atlanta, 1997.
- 6) KING R.; CROCKER S., **Piping Handbook**, 5<sup>a</sup> edição, McGraw-Hill, New York, 1973.
- 7) WYLEN V.; SONNTAG R.; BORGNAKKE C., **Fundamentos da Termodinâmica**, 5<sup>a</sup> edição, John Wiley & Sons, New York, 1998.
- 8) FOX R.; McDONALD A., **Introdução à Mecânica dos Fluidos**, 4<sup>a</sup> edição, John Wiley & Sons, New York, 1992.
- 9) SHINNERS S., **Advanced Modern Control System Theory and Design**, John Wiley & Sons, New York, 1998.
- 10) STENGEL S., **Optimal Control and Estimation**, Dover Publications, New York.
- 11) FRIEDLAND B., **Control System Design : An Introduction to State-Space Methods**, 3<sup>a</sup> edição, McGraw-Hill, New York, 1986.
- 12) OGATA K., **Modern Control Engineer**, 3<sup>a</sup> edição, Prentice Hall, 1997.